

Versuch: P2-17
Laser-Optik A
 - Auswertung -

Versuchsdurchführung: Montag, 8. Mai 2006

Inhaltsverzeichnis

1 Brewsterwinkel	2
1.1 Brewster-Fenster beim Laser	2
1.2 Messung des Brewsterwinkels und Bestimmung des Brechungsindex des Brewster-Fenster-Glases	2
2 Beugung an Spalt, Steg, Kreisloch, Kreisblende und Kante	3
2.1 Beugung am Einzelspalt	3
2.1.1 Spaltbreite $b \sim 0,2$ mm	3
2.1.2 Spaltbreite $b \sim 0,3$ mm	5
2.2 Babinet-Theorem	6
2.3 Beugungsbilder von Kreisöffnung, Kreisscheibe und Kante	6
2.4 Bestimmung des Durchmessers eines Haares	7
3 Beugung an Mehrfachspalten und Gittern	8
3.1 Beugung am Doppelspalt	8
3.1.1 Bestimmung des Spaltabstands d	8
3.1.2 Bestimmung der Spaltbreite b	10
3.2 Andere Spaltbreiten und Dreifachspalte	11
3.2.1 Betrachtung des 2. Doppelspalts	11
3.2.2 Betrachtung des Dreifachspalts	11
3.3 Bestimmung der Gitterkonstanten eines Strichgitters	11
3.4 Kreuz- und Wabengitter	13
4 Abbildung nichtselbstleuchtender Gegenstände	13
5 Holographie	14

1 Brewsterwinkel

1.1 Brewster-Fenster beim Laser

Am alten Experimentier-Gaslaser mit externen Spiegeln untersuchten wir gemeinsam mit den beiden anderen Gruppen die Notwendigkeit, das Entladungsrohr mit einem Brewster-Fenster abzuschließen. Hierfür brachten wir eine Glasplatte in den Raum zwischen den Resonatorspiegeln ein. Theoretisch müsste der Laserstrahl verlöschen, wenn eine stark vom Brewsterwinkel abweichende Neigung gewählt wird, da in diesem Fall die Reflexionsverluste zu groß werden und die stimulierte Emission zusammenbricht. Experimentell ließ sich das leider nicht verifizieren, für alle Plattenstellungen blieb der Laser in Betrieb. Die Reflexionen an der Glasplatte scheinen also nicht stark genug gewesen zu sein.

1.2 Messung des Brewsterwinkels und Bestimmung des Brechungsindex des Brewster-Fenster-Glases

Anschließend stellten wir die Glasplatte außerhalb der Resonatorspiegel in den Lichtstrahl. Sogleich erkannten wir neben dem Laserstrahl an der Wand einen durch Reflexion bedingten zweiten Lichtstrahl, der als Lichtfleck an der Decke sichtbar wurde. Mit einem Blick an die Decke stellten wir den Winkel der Glasplatte so ein, dass der reflektierte Lichtstrahl minimale Intensität aufwies. Anschließend lasen wir den Winkel von der Skala ab. Da jeder der sechs Laser-A-Praktikanten eine Messung vornahm, erhielten wir sechs Werte für α_B :

α_B [°]	58	59	59	58	61	59
n	1,60	1,66	1,66	1,60	1,80	1,66

In der Tabelle sind bereits die den Brewsterwinkeln entsprechenden Brechungsindizes eingetragen. Diese wurden mit der in der Vorbereitung aus Brewster-Bedingung, Snellius-Brechungsgesetz und Reflexionsgesetz hergeleiteten Formel $n = \tan(\alpha_B)$ berechnet. Welche Zahlenwerte und welche Messunsicherheiten erhalten wir nun für unsere Messung?

- **Brewster-Winkel α_B :** Der Mittelwert unserer Messungen beträgt $\alpha_B = 59^\circ$. Für die Standardabweichung des Mittelwerts gilt die Beziehung

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{n(n-1)}} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}. \quad (1)$$

Damit errechnet sich eine Standardabweichung bzw. ein statistischer Fehler von $\sigma_{\alpha_B} = 1,1^\circ$. Die Abschätzung des systematischen Fehler ist deutlich problematischer, in Zahlen lässt sich lediglich der Ablesefehler recht gut ausdrücken. Da die Skala des Winkelmessers in ganzen Graden eingeteilt war, gehen wir von einem Ablesefehler von $\Delta\alpha_B = 0,5^\circ$ aus. Sicherlich kommen viele weitere mögliche Fehlerquellen in Frage, zum Beispiel die nicht ganz exakte Justierung des Lasers oder des Winkelmessers. Zusammengefasst gilt:

$$\alpha_B = (59 \pm 1,1 \pm 0,5)^\circ = (1,03 \pm 0,02 \pm 0,01)rad \quad (2)$$

- **Brechungsindex n der Glasplatte:** Die Messdaten ergeben einen Mittelwert von $n = 1,67$, errechnet mit der Formel

$$n = \tan \alpha_B. \quad (3)$$

Die Formel der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung lautet allgemein für eine Funktion $f(x, y)$:

$$\sigma_f = \sqrt{\sigma_x^2 \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \sigma_y^2 \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \quad (4)$$

In unserem speziellen Fall berechnen sich statistischer und systematischer Fehler also mit den Formeln:

$$\sigma_n = \sqrt{\sigma_{\alpha_B}^2 \left(\frac{\partial n}{\partial \alpha_B} \right)^2} \quad (5)$$

$$= \sqrt{\sigma_{\alpha_B}^2 (1 + \tan^2(\alpha_B))^2} \quad (6)$$

$$= \sigma_{\alpha_B} (1 + \tan^2(\alpha_B)) \quad (7)$$

$$= 0,08 \quad (8)$$

$$\Delta n = \sqrt{\Delta \alpha_B^2 \left(\frac{\partial n}{\partial \alpha_B} \right)^2} \quad (9)$$

$$= \sqrt{\Delta \alpha_B^2 (1 + \tan^2(\alpha_B))^2} \quad (10)$$

$$= \Delta \alpha_B (1 + \tan^2(\alpha_B)) \quad (11)$$

$$= 0,04 \quad (12)$$

Somit erhalten wir als Ergebnis:

$$n = 1,67 \pm 0,08 \pm 0,04 \quad (13)$$

Dieser Wert liegt im Bereich von $n = 1,5 \dots 1,9$, der in der Literatur für den Brechungsindex von Glas (je nach Glassorte, hier nicht näher bestimmt) angegeben wird.

2 Beugung an Spalt, Steg, Kreisloch, Kreisblende und Kante

2.1 Beugung am Einzelspalt

2.1.1 Spaltbreite $b \sim 0,2 \text{ mm}$

Auf der optischen Bank befestigten wir den Einzelspalt in einer Entfernung von $a = 207 \text{ cm}$ vom Schirm. Die Ableseungenauigkeit (systematischer Fehler!) schätzen wir mit $0,5 \text{ cm}$ am Schirm und $0,25 \text{ cm}$ am Einzelspalt, also insgesamt $\Delta a = 0,75 \text{ cm}$. Dieser Fehler ließe sich sicherlich noch minimieren, wenn die exakte Position der Gerätschaften auf der optischen Bank direkt abzulesen, und nicht nur grob per senkrecht gestelltem Lineal zu messen wäre.

Auf Millimeterpapier markierten wir die Abstände x_k der Maxima von Hauptmaximum bis zur 9. Ordnung. Hier gehen wir von einem Mess- und Ablesefehler von $\Delta x_k = 0,5 \text{ mm}$ aus, da wir Millimeterpapier verwendeten. In der Messwerttabelle (siehe unten) sind die x_k -Werte aufgetragen, negative Ordnungen bezeichnen die Helligkeitsmaxima links des Hauptmaximums.

Die Wellenlänge des Lasers war mit $\lambda = (632,8 \pm 0,1) \text{ nm}$ gegeben.

Nun gilt es noch aus dem Abstand der Maxima die Breite des Einzelspalts zurück zu rechnen. Zunächst ist aufgrund der Geometrie der Streuwinkel gegeben durch:

$$\tan \theta_k = \frac{x_k}{a} \quad (14)$$

Interferenzmaxima folgen beim Einzelspalt der Beziehung

$$b \cdot \sin \theta_k = \frac{2k+1}{2} \lambda \quad (15)$$

Diese Formel lässt sich entweder durch Maximierung der Intensität (siehe Vorbereitung, analog zur dortigen Minimierung für die Minima) oder durch praktische Überlegungen zur Auslöschung der Elementarwellen, wie sie in der Vorbereitung zu Aufgabe 3 dargelegt wurden, herleiten. Aufgelöst nach b und nach Einsetzen von (14) erhalten wir:

$$b_k = \frac{2k+1}{2} \frac{\lambda}{\sin \arctan\left(\frac{x_k}{a}\right)} \quad (16)$$

In der folgenden Tabelle sind nun die Messwerte x_k und die daraus mit Formel (16) und den obigen Angaben für λ und a berechneten Spaltbreiten b_k angegeben:

Ordnung k	Abstand x_k [cm]	Spaltbreite b_k [mm]	Δb_k [mm]
-9	-6,9	0,1804	0,0015
-8	-6,1	0,1826	0,0016
-7	-5,3	0,1854	0,0019
-6	-4,6	0,1851	0,0021
-5	-3,9	0,1848	0,0025
-4	-3,1	0,1902	0,0031
-3	-2,5	0,1834	0,0037
-2	-1,8	0,1819	0,0051
-1	-1,1	0,1786	0,0081
1	1,1	0,1786	0,0081
2	1,8	0,1819	0,0051
3	2,5	0,1834	0,0037
4	3,2	0,1842	0,0030
5	3,9	0,1848	0,0025
6	4,6	0,1851	0,0021
7	5,3	0,1854	0,0019
8	6,0	0,1856	0,0017
9	6,7	0,1858	0,0015

Der Fehler Δb_k der einzelnen Spaltbreiten b_k pflanzt sich aus den Ausgangsgrößen fort. In folgender Auflistung seien diese noch einmal zusammengestellt (Begründungen siehe oben):

$$a = 207 \text{ cm} \quad \Delta a = 0,75 \text{ cm} \quad (17)$$

$$\lambda = 632,8 \text{ nm} \quad \Delta \lambda = 0,1 \text{ nm} \quad (18)$$

$$\Delta x_k = 0,5 \text{ mm} \quad (19)$$

Da Formel (16) sehr unhandlich ist, verwenden wir die Näherung $\sin \arctan \phi \approx \phi$ für kleine Winkel ϕ , was in diesem Fall durch den großen Abstand a vom Schirm zum Einzelspalt ($\Rightarrow \frac{x}{a}$ sehr klein) sicher gerechtfertigt ist.

$$b_k = \frac{2k+1}{2} \frac{\lambda}{\frac{x_k}{a}} = \frac{2k+1}{2} \frac{\lambda \cdot a}{x_k} \quad (20)$$

Formel (4), die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung, lautet in diesem Fall konkret:

$$\Delta b_k = \sqrt{(\Delta a)^2 \left(\frac{\partial b_k}{\partial a}\right)^2 + (\Delta \lambda)^2 \left(\frac{\partial b_k}{\partial \lambda}\right)^2 + (\Delta x_k)^2 \left(\frac{\partial b_k}{\partial x_k}\right)^2} \quad (21)$$

$$= \sqrt{(\Delta a)^2 \left(\frac{2k+1}{2} \frac{\lambda}{x_k}\right)^2 + (\Delta \lambda)^2 \left(\frac{2k+1}{2} \frac{a}{x_k}\right)^2 + (\Delta x_k)^2 \left(-\frac{2k+1}{2} \frac{\lambda \cdot a}{x_k^2}\right)^2} \quad (22)$$

Mit (22) wurden die Δb_k -Werte in der vierten Spalte der Tabelle berechnet. Man erkennt deutlich, dass die Unsicherheit bei kleineren Ordnungen deutlich größer ist als bei höheren, was ja auch nicht verwundert: misst man eine Länge von 1 cm, fällt die Unsicherheit von 0,5 mm viel stärker ins Gewicht als bei größeren Entfernungen.

Nun haben wir für jede Ordnung k die zugehörige Spaltbreite b_k und deren Fehler Δb_k vorliegen. Der beste Schätzwert für unsere Spaltbreite ist der gewichtete Mittelwert unserer Messreihe, wie im Fehlerskript gezeigt wurde. Die Formel für diesen lautet:

$$b = \frac{\sum_k \frac{b_k}{\Delta b_k^2}}{\sum_k \frac{1}{\Delta b_k^2}} \quad (23)$$

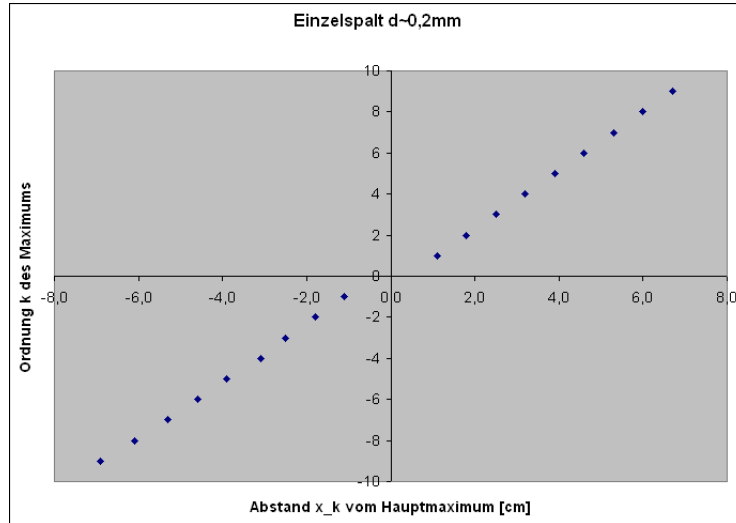
Im Fehlerskript wurde ebenso die Beziehung für die Unsicherheit dieses Bestwerts hergeleitet:

$$\Delta b = \sqrt{\frac{1}{\sum_k \frac{1}{\Delta b_k^2}}} \quad (24)$$

Mit (23) und (24) errechnet sich eine Spaltbreite von:

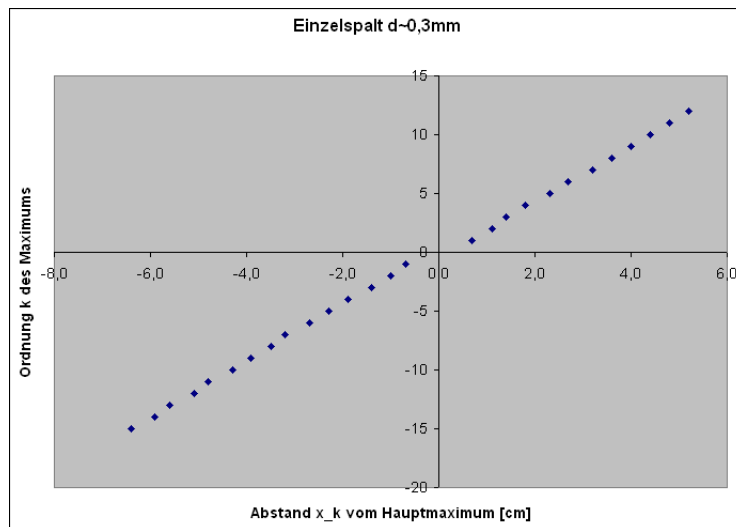
$$b = (0,1843 \pm 0,0005) \text{ mm} \quad (25)$$

Unsere Messung liegt damit zumindest in der Größenordnung der angegebenen Spaltbreite $b \sim 0,2 \text{ mm}$. Im **Schaubild** ist der Abstand x_k des k -ten Maximums vom Hauptmaximum über der Ordnung k aufgetragen:



2.1.2 Spaltbreite $b \sim 0,3 \text{ mm}$

Den Versuch 2.1.1 wiederholten wir mit dem zweiten Einzelspalt, der eine größere Spaltbreite aufweist. Der Abstand a zwischen Schirm und Spalt sowie die Wellenlänge λ des Lasers behielten wir bei, gemessen wurde ebenfalls der Abstand x_k des Maximums k -ter Ordnung zum Hauptmaximum. Mit Formel (16) berechnete sich dann die jeweils entsprechende Spaltbreite b_k . Beide Werte, ergänzt um die jeweiligen Abweichungen Δb_k nach Formel (22) sind in folgender Tabelle aufgetragen, außerdem im Diagramm wieder x_k über der Ordnung k :



Ordnung k	Abstand x_k [cm]	Spaltbreite b_k [mm]	Δb_k [mm]
-15	-6,4	0,3174	0,0027
-14	-5,9	0,3221	0,0030
-13	-5,6	0,3159	0,0030
-12	-5,1	0,3212	0,0034
-11	-4,8	0,3139	0,0035
-10	-4,3	0,3199	0,0039
-9	-3,9	0,3191	0,0043
-8	-3,5	0,3182	0,0047
-7	-3,2	0,3070	0,0049
-6	-2,7	0,3154	0,0060
-5	-2,3	0,3133	0,0069
-4	-1,9	0,3103	0,0082
-3	-1,4	0,3275	0,0118
-2	-1,0	0,3275	0,0164
-1	-0,7	0,2807	0,0201
1	0,7	0,2807	0,0201
2	1,1	0,2977	0,0136
3	1,4	0,3275	0,0118
4	1,8	0,3275	0,0092
5	2,3	0,3133	0,0069
6	2,7	0,3154	0,0060
7	3,2	0,3070	0,0049
8	3,6	0,3093	0,0044
9	4,0	0,3112	0,0040
10	4,4	0,3127	0,0037
11	4,8	0,3139	0,0035
12	5,2	0,3150	0,0032

Mit (23) und (24) erhalten wir folgende Spaltbreite:

$$b = (0,3157 \pm 0,0009) \text{ mm} \quad (26)$$

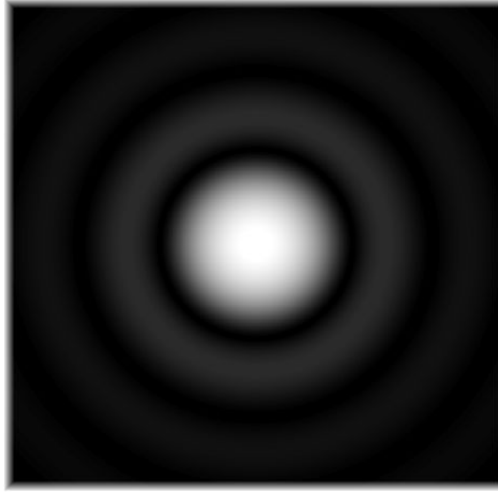
2.2 Babinet-Theorem

In Aufgabe 2.1 hatten wir das Beugungsbild des Einzelspalts bereits bei zwei verschiedenen Spaltbreiten beobachtet. Nun setzten wir an die Stelle des Spalts einen Steg mit gleicher Breite. Gemäß dem Prinzip des französischen Physikers Babinet, das dieser 1837 aufstellte, müsste sich auf dem Schirm ein identisches Beugungsbild ergeben, da Steg und Einzelspalt optisch komplementäre Gegenstände sind (lichtdurchlässige und nicht lichtdurchlässige Stellen sind gerade vertauscht). Im Experiment konnte diese Vorhersage nach etwas Justierarbeit verifiziert werden: Steg und Spalt erzeugten das gleiche Beugungsbild, das in etwa so aussah (hier das Bild eines Vorlesungsexperiments):



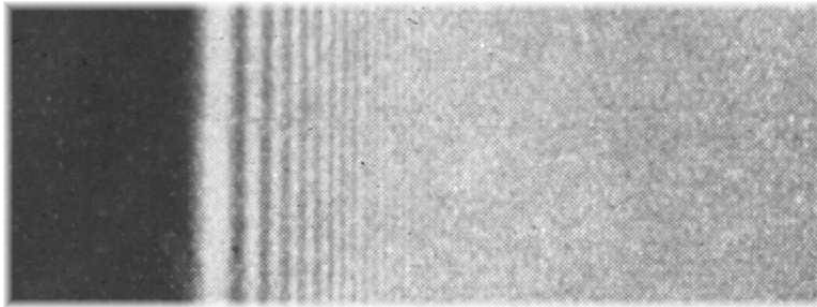
2.3 Beugungsbilder von Kreisöffnung, Kreisscheibe und Kante

Anschließend ersetzten wir den Steg durch eine Lochblende, also eine Kreisöffnung. Wir erhielten das aus Vorlesungsversuchen und der Literatur wohlbekannte Beugungsbild, die Skizze im Messprotokoll entspricht folgendem theoretisch berechnetem Beugungsbild von *wikipedia.de*:



Gemäß dem Babinet-Theorem erwarten wir für eine Kreisscheibe ein Beugungsbild, das dem der Kreisöffnung gleicht. Auch dies bestätigte sich im Experiment, die erwarteten konzentrischen Kreisringen mit abwechselndem Hell-Dunkel Muster entsprachen denen der Lochblende. Der in der Vorbereitung erläuterte Poisson'sche Fleck zeigte sich im Hauptmaximum des Beugungsbilds.

Das recht feine Beugungsbild der Kante ließ sich leider nicht beobachten, trotz längerer Justierung erhielten wir nur einen verwaschenen Laserpunkt. Erwartet hätten wir an der Kante folgendes Beugungsbild:



2.4 Bestimmung des Durchmessers eines Haares

Als praktische Anwendung des Babinet-Theorems bestimmten wir den Durchmesser eines Haares: das optische Komplement eines Haares ist gerade ein Einzelspalt, so dass wir bei der Durchmesser-Bestimmung Formel (16) für die Spaltbreite des Einzelspalts aus 2.1 verwenden können. Zunächst organisierten wir von einem Kommilitonen mit ausreichend langen Haaren ein Haar und setzten es anstatt des Einzelspalts in den Laserstrahl. Wellenlänge λ und Abstand a Schirm-Haar sowie die zugehörigen Fehlerabschätzungen entsprechen Aufgabenteil 2.1, also zusammengefasst:

$$a = 207 \text{ cm} \quad \Delta a = 0,75 \text{ cm} \quad (27)$$

$$\lambda = 632,8 \text{ nm} \quad \Delta \lambda = 0,1 \text{ nm} \quad (28)$$

$$\Delta x_k = 0,5 \text{ mm} \quad (29)$$

Gemäß dem Babinet-Theorem können wir hier die Relationen des Einzelspalts verwenden, die noch einmal kurz in Erinnerung gerufen seien:

- Spaltbreiten: $b_k = \frac{2k+1}{2} \frac{\lambda}{\sin \arctan(\frac{x_k}{a})}$

- Fehler:

$$\Delta b_k = \sqrt{(\Delta a)^2 \left(\frac{\partial b_k}{\partial a} \right)^2 + (\Delta \lambda)^2 \left(\frac{\partial b_k}{\partial \lambda} \right)^2 + (\Delta x_k)^2 \left(\frac{\partial b_k}{\partial x_k} \right)^2} \quad (30)$$

$$= \sqrt{(\Delta a)^2 \left(\frac{2k+1}{2} \frac{\lambda}{x_k} \right)^2 + (\Delta \lambda)^2 \left(\frac{2k+1}{2} \frac{a}{x_k} \right)^2 + (\Delta x_k)^2 \left(-\frac{2k+1}{2} \frac{\lambda \cdot a}{x_k^2} \right)^2} \quad (31)$$

- Bestwert: $b = \frac{\sum_k \frac{b_k}{\Delta b_k^2}}{\sum_k \frac{1}{\Delta b_k^2}}$
- Fehler des Bestwerts: $\Delta b = \sqrt{\frac{1}{\sum_k \frac{1}{\Delta b_k^2}}}$

Damit erhalten wir zusammen mit den gemessenen x_k - (Abstand des Maximums k -ter Ordnung vom Hauptmaximum)-Werten folgende Tabelle:

Ordnung k	Abstand x_k [cm]	Haardurchmesser b_k [mm]	Δb_k [mm]
-6	-12,0	0,0711	0,0004
-5	-9,9	0,0729	0,0005
-4	-8	0,0737	0,0005
-3	-6,2	0,0740	0,0007
-2	-4,4	0,0744	0,0009
-1	-2,7	0,0728	0,0014
1	2,9	0,0678	0,0012
2	4,6	0,0712	0,0008
3	6,3	0,0728	0,0006
4	8,2	0,0719	0,0005
5	10,2	0,0707	0,0004
6	11,8	0,0723	0,0004

Die von uns bestimmte Haardicke beträgt somit:

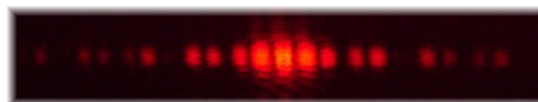
$$b = (0,0721 \pm 0,0002) \text{ mm} \quad (32)$$

Die Messung mit der Mikrometerschraube ergab einen Haardurchmesser von 0,07 mm, so dass wir das Ergebnis des Interferenzexperiments als bestätigt ansehen können.

3 Beugung an Mehrfachspalten und Gittern

3.1 Beugung am Doppelspalt

Für diesen Versuchsteil setzten wir in unseren Versuchsaufbau den Doppelspalt (der von uns verwendete hatte die Herstellerangaben Spaltbreite $b = 0,25\text{mm}$ und Spaltabstand $d = 0,5\text{mm}$) an die Position, an der vorher das Licht am Haar bzw. am Einzelspalt gebeugt wurde. Auf dem Schirm ergaben sich ähnlich wie beim Einzelspalt eine Reihe von Maxima, deren Ursache an der in der Vorbereitung theoretisch erklärten Doppelspalt-Interferenz zu suchen ist. Allerdings sind einige Maxima des Doppelspalts nicht sichtbar, denn die Einhüllende der Einzelspaltverteilung der Spalte des Doppelspalts liefert an manchen Stellen ein Minimum. Wir versuchten also, die Maxima des Doppelspalts auf das Millimeterpapier zu übertragen, was angesichts deren Intensität kein Problem darstellte. Schwieriger war es da, die Minima der Einzelspalt-Verteilung zu finden (also sozusagen „ausgefallene“ Doppelspalt-Maxima), die in unserem Versuch lange nicht so deutlich hervortraten wie auf diesem Photo der Uni München:



3.1.1 Bestimmung des Spaltabstands d

In der Vorbereitung haben wir hergeleitet, dass für Maxima des Doppelspalts gilt:

$$d \cdot \sin \theta_k = k \cdot \lambda \quad (33)$$

Der Ablenkwinkel lässt sich über den Tangens aus dem beobachteten Abstand x_k vom Hauptmaximum und dem Schirmabstand a herleiten:

$$\theta_k = \arctan \frac{x_k}{a} \quad (34)$$

Die Formel für die direkte Berechnung des Spaltabstands d_k für jede Ordnung k lautet also:

$$d_k = \frac{k \cdot \lambda}{\sin \arctan \frac{x_k}{a}} \quad (35)$$

Unsere Werte für x_k und Formel (35) ergeben die folgende Tabelle (aufgrund der durch die Einzelspalt-Einhüllende ausgefallenen Maxima war es nicht ganz einfach, die richtige Ordnung der Maxima zu ermitteln):

Ordnung k	Abstand x_k [cm]	Spaltabstand d_k [mm]	Δd_k [mm]
-13	-4	0,426	0,0055
-12	-3,5	0,449	0,0066
-7	-2,1	0,437	0,0105
-5	-1,5	0,437	0,0146
-3	-0,7	0,561	0,0402
-1	-0,3	0,437	0,0728
1	0,2	0,655	0,1638
3	0,9	0,437	0,0243
5	1,4	0,468	0,0168
7	1,9	0,483	0,0128
9	2,5	0,472	0,0096
10	3	0,437	0,0074
12	3,5	0,449	0,0066
14	4	0,459	0,0060

Auch hier gilt: Der Fehler Δd_k des Spaltabstands d_k pflanzt sich aus den Ausgangsgrößen fort. In folgender Auflistung seien diese noch einmal zusammengestellt (Anordnung wie in Aufgabe 2):

$$a = 207 \text{ cm} \quad \Delta a = 0,75 \text{ cm} \quad (36)$$

$$\lambda = 632,8 \text{ nm} \quad \Delta \lambda = 0,1 \text{ nm} \quad (37)$$

$$\Delta x_k = 0,5 \text{ mm} \quad (38)$$

Da Formel (35) sehr unhandlich ist, verwenden wir die Näherung $\sin \arctan \phi \approx \phi$ für kleine Winkel ϕ , was in diesem Fall durch den großen Abstand a vom Schirm zum Einzelspalt ($\Rightarrow \frac{x}{a}$ sehr klein) sicher gerechtfertigt ist.

$$d_k = \frac{k \cdot \lambda}{\frac{x_k}{a}} = \frac{k \cdot \lambda \cdot a}{x_k} \quad (39)$$

Formel (4), die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung, lautet nun:

$$\Delta d_k = \sqrt{(\Delta a)^2 \left(\frac{\partial d_k}{\partial a} \right)^2 + (\Delta \lambda)^2 \left(\frac{\partial d_k}{\partial \lambda} \right)^2 + (\Delta x_k)^2 \left(\frac{\partial d_k}{\partial x_k} \right)^2} \quad (40)$$

$$= \sqrt{(\Delta a)^2 \left(\frac{k \cdot \lambda}{x_k} \right)^2 + (\Delta \lambda)^2 \left(\frac{k \cdot a}{x_k} \right)^2 + (\Delta x_k)^2 \left(-\frac{\lambda \cdot a \cdot k}{x_k^2} \right)^2} \quad (41)$$

Mit (41) wurden die Δd_k -Werte in der vierten Spalte der Tabelle berechnet. Jetzt haben wir für jede Ordnung k den zugehörigen Spaltabstand d_k und dessen Fehler Δd_k vorliegen. Der beste Schätzwert für den Spaltabstand ist der gewichtete Mittelwert unserer Messreihe, wie im Fehlerskript gezeigt wurde. Die Formel für diesen lautet:

$$d = \frac{\sum_k \frac{d_k}{\Delta d_k^2}}{\sum_k \frac{1}{\Delta d_k^2}} \quad (42)$$

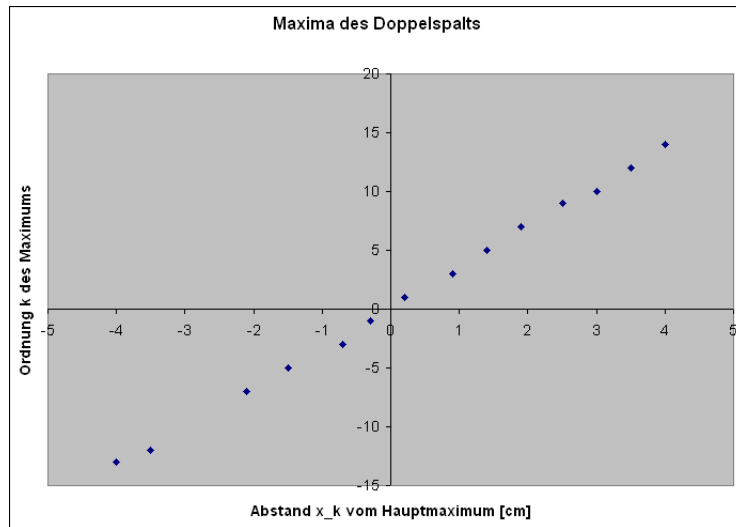
Im Fehlerskript wurde ebenso die Beziehung für die Unsicherheit dieses Bestwerts hergeleitet:

$$\Delta d = \sqrt{\frac{1}{\sum_k \frac{1}{\Delta d_k^2}}} \quad (43)$$

Mit (42) und (43) errechnet sich der Spaltabstand zu:

$$d = (0,4471 \pm 0,0025) \text{ mm} \quad (44)$$

Erfreulicherweise liegt damit der vom Hersteller angegebene Spaltabstand ($d = 0,5 \text{ mm}$) in der Größenordnung unserer Messung! Trägt man abschließend die Messpunkte im Schaubild auf, so erhält man folgendes x_k - k -**Diagramm**:



3.1.2 Bestimmung der Spaltbreite b

Wie oben erwähnt, war es nicht ganz einfach, die Minima der Einhüllenden abzulesen, da die starke Amplitudenabnahme zu den Randbereichen hin diesen Effekt nicht sehr deutlich hervortreten ließ. Nichtsdestotrotz haben wir drei Minima der Einhüllenden bestimmen können, die unten in der Tabelle aufgeführt sind. Aus der in der Vorbereitung hergeleiteten Beziehung für Minima des Einzelspalts ($b \cdot \sin \theta_k = k \cdot \lambda$) folgt für die Spaltbreite (wieder unter Verwendung von (34)):

$$b_k = \frac{k \cdot \lambda}{\sin \arctan \frac{x_k}{a}} \quad (45)$$

Hier sind selbstverständlich die neuen Abstände x_k der Minima der Einhüllenden vom Hauptmaximum einzusetzen. Die drei ermittelbaren Minima samt der mit (45) berechneten Spaltbreite sind in folgender Tabelle aufgeführt:

Ordnung k	Abstand x_k [cm]	Spaltbreite b_k [mm]	Δb_k [mm]
-1	-0,6	0,218	0,0182
1	0,6	0,218	0,0182
2	1,6	0,164	0,0052

Da sich die Formeln für Einzelspalt-Minima (45) und Doppelspalt-Maxima (35) gleichen, wurden die Δb_k -Werte in der vierten Spalt der Tabelle vollkommen analog zu Formel (41), der Ungenauigkeit der Doppelspalt-Maxima, berechnet. Mit dem gewichteten Mittelwert und dessen Ungenauigkeit erhalten wir eine Spaltbreite von:

$$b = (0,1713 \pm 0,0048) \text{ mm} \quad (46)$$

3.2 Andere Spaltbreiten und Dreifachspalte

3.2.1 Betrachtung des 2. Doppelspalts

Die Messung in 3.1 hatten wir mit dem Doppelspalt folgender Daten durchgeführt:

$$b = 0,25 \text{ mm} \quad (47)$$

$$d = 0,5 \text{ mm} \quad (48)$$

Diesen Doppelspalt ersetzten wir durch den zweiten am Platz vorhandenen Doppelspalt, welcher die Daten...

$$b = 0,25 \text{ mm} \quad (49)$$

$$d = 0,75 \text{ mm} \quad (50)$$

aufwies. Der zweite Doppelspalt besaß also die gleiche Spaltbreite b , aber einen größeren Spaltabstand d . Wir beobachteten das Beugungsbild und verglichen es mit dem des ersten Doppelspalts:

- Die Minima der Einhüllenden waren an den gleichen Stellen zu finden. Dies liegt daran, dass beide Doppelspalte die gleiche Spaltbreite aufweisen und die Minima der Einhüllenden lediglich mit der Spaltbreite in Relation stehen.
- Die Maxima des Doppelspaltes hängen vom Spaltabstand d ab, und zwar ist der Ablenkwinkel nach Formel (33) proportional zum reziproken Spaltabstand. Deshalb lagen die Maxima des zweiten Doppelspalts, der einen höheren Spaltabstand aufweist, näher zusammen, wie wir es in der Vorbereitung vorhergesagt hatten.

3.2.2 Betrachtung des Dreifachspalts

Der verwendete Dreifachspalt hatte gleichen Spaltabstand und gleiche Spaltbreite wie der in 3.1 verwendete Doppelspalt, weshalb wir das Dreifachspalt-Beugungsbild mit dessen Interferenzmuster verglichen. Wir stellten fest: Maxima und Minima hatten die gleiche Position, was wir auch erwartet haben, denn: für Mehrfachspalt bzw. Gitter und Doppelspalt gelten die gleichen Beugungsformeln. Allerdings waren beim Beugungsbild des Dreifachspalts...

1. die Intensitäten der Maxima stärker, was daran liegt dass durch den zusätzlichen Spalt mehr Licht einfallen kann
2. die Maxima schärfer abgegrenzt, da der zusätzliche Spalt eine höhere Anzahl Nebenminima erzeugt, die die Maxima schärfer hervortreten lassen
3. mehr (nur schwach leuchtende) Nebenmaxima zu erkennen, da ja ein Spalt mehr zur Interferenz zur Verfügung steht.

3.3 Bestimmung der Gitterkonstanten eines Strichgitters

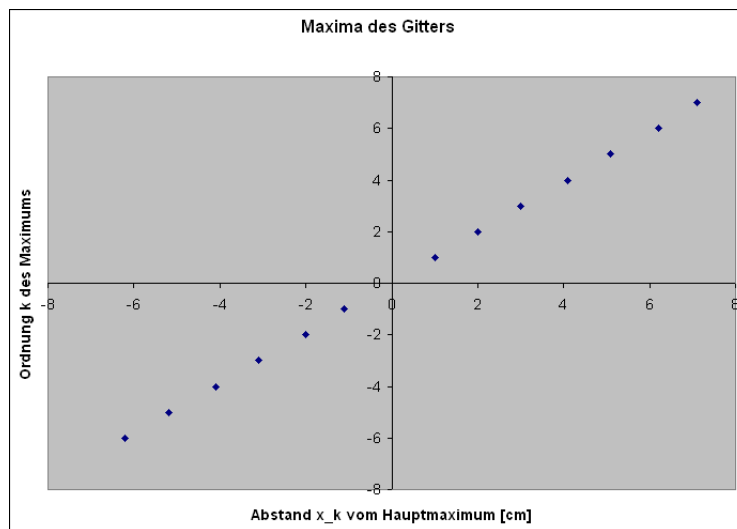
Wie in der Vorbereitung erläutert, ist die Gitterkonstante g der Kehrwert des Spaltabstands d . Wir formen also Formel (35) aus 3.1.1 um zu:

$$g_k = \frac{1}{d_k} = \frac{\sin \arctan \frac{x_k}{a}}{k \cdot \lambda} \quad (51)$$

Hiermit lässt sich unsere Messwertetabelle für diesen Versuchsteil um die Gitterkonstante ergänzen:

Ordnung k	Abstand x_k [cm]	Gitterkonstante g_k [1/cm]	Δg_k [1/cm]
-6	-6,2	78,9	28,6164
-5	-5,2	79,4	28,8040
-4	-4,1	78,2	28,3946
-3	-3,1	78,9	28,6376
-2	-2	76,3	27,7521
-1	-1,1	84,0	30,6933
1	1	76,3	27,9483
2	2	76,3	27,7521
3	3	76,3	27,7156
4	4,1	78,2	28,3946
5	5,1	77,8	28,2505
6	6,2	78,9	28,6164
7	7,1	77,4	28,0872

Schaubild:



Die Berechnung der Fehler Δg_k , die schon oben in der Tabelle eingetragen wurden, lief folgendermaßen ab: Wir vereinfachen Formel (51) mit $\sin \arctan \phi \approx \phi$ zu:

$$g_k = \frac{x_k}{k \cdot \lambda \cdot a} \quad (52)$$

Mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung erhalten wir:

$$\Delta g_k = \sqrt{(\Delta a)^2 \left(\frac{\partial g}{\partial a}\right)^2 + (\Delta \lambda)^2 \left(\frac{\partial g}{\partial \lambda}\right)^2 + (\Delta x_k)^2 \left(\frac{\partial g}{\partial x_k}\right)^2} \quad (53)$$

$$= \sqrt{(\Delta a)^2 \left(-\frac{x_k}{k \cdot \lambda \cdot a^2}\right)^2 + (\Delta \lambda)^2 \left(-\frac{x_k}{k \cdot \lambda^2 \cdot a}\right)^2 + (\Delta x_k)^2 \left(\frac{1}{k \cdot \lambda \cdot a}\right)^2} \quad (54)$$

Bestwert und dessen Fehler dieser Messung bekommen wir wieder über:

$$g = \frac{\sum_k \frac{g_k}{\Delta g_k^2}}{\sum_k \frac{1}{\Delta g_k^2}} \quad (55)$$

$$\Delta g = \sqrt{\frac{1}{\sum_k \frac{1}{\Delta g_k^2}}} \quad (56)$$

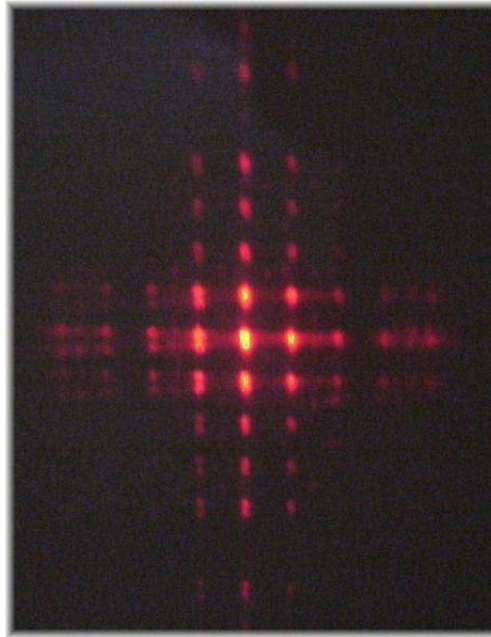
Wir erhalten folgenden Zahlenwert:

$$g = (78,13 \pm 7,88) \frac{1}{\text{cm}}, \quad (57)$$

...was leider deutlich von der Herstellerangabe $g = 100 \frac{1}{\text{cm}}$ abweicht. Da am Praktikumsplatz nur ein Gitter vorhanden war, konnte ein Vergleich mit einem zweiten Gitter nicht vorgenommen werden.

3.4 Kreuz- und Wabengitter

Mittels eines kurzfristig entliehenem zweiten Gitter, das wir ebenfalls in den Laserstrahl einbrachten, konnten wir sehr schön das zweidimensionale Beugungsbild eines Kreuzgitters erzeugen. Wie im Messprotokoll zeichnerisch angedeutet, ergab sich das aus der Physik-III-Vorlesung bekannte Interferenzmuster:



4 Abbildung nichtselbstleuchtender Gegenstände

Gemeinsam mit den anderen Gruppen und dem Praktikumsbetreuer bildeten wir ein Gitter per Linse auf dem Schirm ab. Die Beobachtungen bei Ausblendung verschiedener Beugungsordnungen seien in folgender Liste dargestellt:

- Wurden alle Ordnungen bis auf die 0. ausgeblendet, sahen wir einen verschwommenen Fleck ohne Struktur, ein Gitter war nicht erkennbar. Die Bildinformationen werden also von höheren Beugungsordnungen übertragen, die 0. Ordnung allein ergibt keine Abbildung!
- Ließen wir zusätzlich die 1. Beugungsordnung durch, war das Strichgitter zu erkennen.
- Bei Ausblendung aller Ordnungen bis auf die 1. erhielten wir zwar das Bild eines Gitters, allerdings mit deutlich größerer Spaltanzahl. Wie dies zur Entrasterung eines Digitalbildes verwendet werden könnte, wurde anhand der Versuchsvorbereitungen diskutiert: blendet man durch geschickte Anordnung der Beugungsblende einige Rasterlinien aus, kann man auf diese Weise das Bild entrauschen.

5 Holographie

Ebenfalls gemeinsam mit den anderen Gruppen betrachteten wir das Hologramm eines Oldtimers, beleuchtet mit einer Weißlichtlampe. Die Brillanz des räumlichen virtuellen Bilds war verblüffend. Mit zwei „Versuchen“ überzeugten wir uns davon, dass es sich tatsächlich um eine richtige dreidimensionale Darstellung handelte:

- Durch Veränderung des Blickwinkels konnte der Oldtimer fast von allen Seiten betrachtet werden. Während man von vorne den Kühlergrill bewundern konnte, war schräg von oben ein Blick auf die Fahrersitze möglich, die man vorher nicht zu Gesicht bekommen hatte!
- Testweise deckten wir einen Teil des Hologramms bzw. der Beleuchtung ab. Trotzdem war der Oldtimer weiterhin in voller Größe zu bewundern, das Bild wurde lediglich etwas dunkler! Dass jedes Teilstück eines Hologramms Informationen über das gesamte Objekt enthält, konnten wir so eindrucksvoll nachweisen.

Deutlich schwieriger zu erkennen war das zweite Hologramm, das sich nur mittels eines Laserstrahls sichtbar machen ließ. Erst nach Aufweitung des Strahls und nur sehr dicht an der Platte ließ sich das abgebildete Pferdchen erkennen. Nichtsdestotrotz war auch hier die Dreidimensionalität des Bildes sichtbar.