

Versuch: P2-62

# Glüh- und Feldemission

- Auswertung -

Versuchsdurchführung: Montag, 10. Juli 2006

## Inhaltsverzeichnis

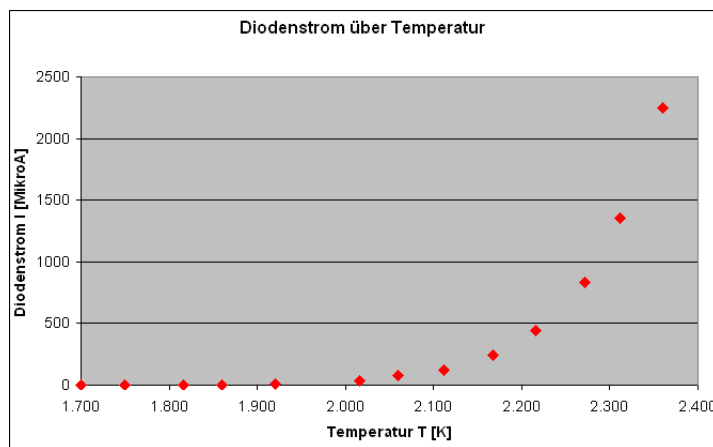
<b>1</b>	<b>Glühemission: Richardson-Gesetz</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Diodenkennlinie, Langmuir-Schottkysches Raumladungsgesetz und Schottky-Effekt</b>	<b>4</b>
2.1	Diodenkennlinie . . . . .	4
2.2	Langmuir-Schottkysches Raumladungsgesetz . . . . .	5
2.2.1	Logarithmische Auftragung . . . . .	5
2.2.2	$I^{\frac{2}{3}}$ -Auftragung . . . . .	6
2.3	Schottky-Effekt . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Feldemission, Fowler-Nordheim-Beziehung</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Feldemissions-Mikroskop</b>	<b>10</b>

# 1 Glühemission: Richardson-Gesetz

Nach einer kurzen Einführung durch den Betreuer schlossen wir die Diode an die Netzgeräte an. Zur Messung von Anodenspannung, Diodenstrom sowie Heizleistung bauten wir vier Messgeräte in die Schaltung ein, wobei die Messung der Heizleistung spannungsrichtig realisiert wurde. Um sicher im Sättigungsbereich zu sein, legten wir eine Anodenspannung von 50 V an. Dann notierten wir für verschiedene Heizströme die zugehörigen Diodenströme und Heizspannungen, mit denen wir die Heizleistung berechneten ( $P_{Heiz} = U_{Heiz} \cdot I_{Heiz}$ ). Die zugehörige Temperatur lasen wir aus einem Diagramm ab, das uns der Betreuer aushändigte, womit als Ergebnis folgende Tabelle ausgefüllt werden konnten:

Sättigungsstrom $I_S$ [ $\mu A$ ]	$U_{Heiz}$ [V]	$I_{Heiz}$ [A]	Heizleistung $P_{Heiz}$ [Watt]	Temperatur $T$ [K]
0,1	0,754	1,7	1,28	1.700
0,3	0,7973	1,75	1,40	1.750
1,2	0,8624	1,8	1,55	1.816
3,6	0,926	1,85	1,71	1.860
10	0,987	1,9	1,88	1.920
32	1,066	1,95	2,08	2.016
75	1,109	2	2,22	2.060
125	1,178	2,05	2,41	2.112
240	1,244	2,1	2,61	2.168
440	1,31	2,15	2,82	2.216
830	1,386	2,2	3,05	2.272
1350	1,448	2,25	3,26	2.312
2250	1,523	2,3	3,50	2.360

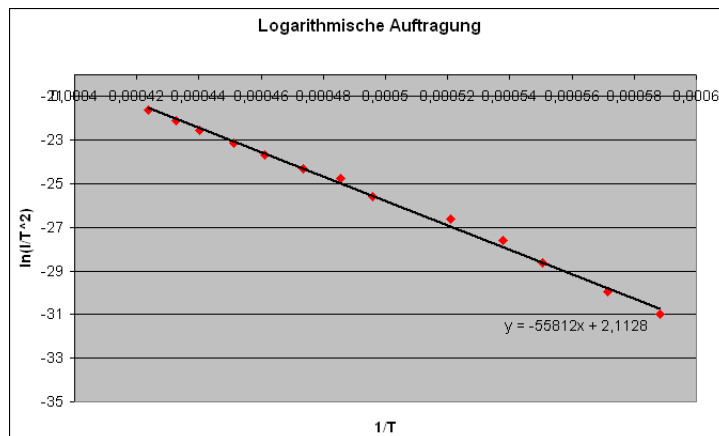
Zur Veranschaulichung sei nun als erstes der Diodenstrom über der Temperatur aufgetragen - optisch ist ein exponentielles Anwachsen bereits auszumachen.



Um nun die konkrete Formel für diesen Fall, das Richardson-Gesetz

$$I_S = A_k \cdot \varepsilon \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{\phi_0}{k_B \cdot T}} \quad (1)$$

zu bestätigen, tragen wir wie in der Vorbereitung bereits erwähnt  $\ln\left(\frac{I_S}{T^2}\right)$  über  $\frac{1}{T}$  auf und erhalten folgendes Diagramm:



In der Vorbereitung haben wir bereits gezeigt, wie sich das Elektronenemissionsvermögen  $\varepsilon$  aus dem y-Achsenabschnitt  $b$  der Ausgleichsgeraden dieser Auftragung berechnet:

$$\varepsilon = \frac{e^b}{A_k} \quad (2)$$

Mit dem Wert aus dem Diagramm ( $b = 2,1128$ ) sowie der Heizfadenoberfläche  $A_k = 4 \text{ mm}^2$  erhalten wir für unsere Messung:

$$\varepsilon_{\text{mess}} = 2,07 \cdot 10^6 \frac{A}{\text{m}^2 \text{K}^2} \quad (3)$$

Theoretisch erwarten wir folgenden Wert ( $\varepsilon$  ausgeschrieben und die Naturkonstanten eingesetzt):

$$\varepsilon_{\text{theo}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot e \cdot m \cdot k_B^2}{h^3} = 1,20 \cdot 10^6 \frac{A}{\text{m}^2 \text{K}^2} \quad (4)$$

Wir liegen also zumindest in der Größenordnung der Theorie! Dass hier schnell relativ stark Abweichungen auftreten können ist klar, denn der extrapolierte Schnittpunkt  $b$  mit der y-Achse ändert sich sehr stark selbst bei einer nur geringfügig anderen Kurvensteigung.

Wie ebenfalls bereits in der Vorbereitung hergeleitet, lässt sich mit der Geradensteigung  $m$  ( $m = -55812$ , siehe Schaubild) die Austrittsarbeit  $\phi_0$  der Elektronen bestimmen:

$$\phi_0 = -m \cdot k_B \quad (5)$$

In unserem Fall erhalten wir:

$$\phi_0 = 7,7 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 4,81 \text{ eV} \quad (6)$$

Der Literaturwert für Wolfram lautet  $\phi_0 = 4,54 \text{ eV}$ , unsere Messung weicht also um ca. 6% von diesem Wert ab.

## 2 Diodenkennlinie, Langmuir-Schottkysches Raumladungsgesetz und Schottky-Effekt

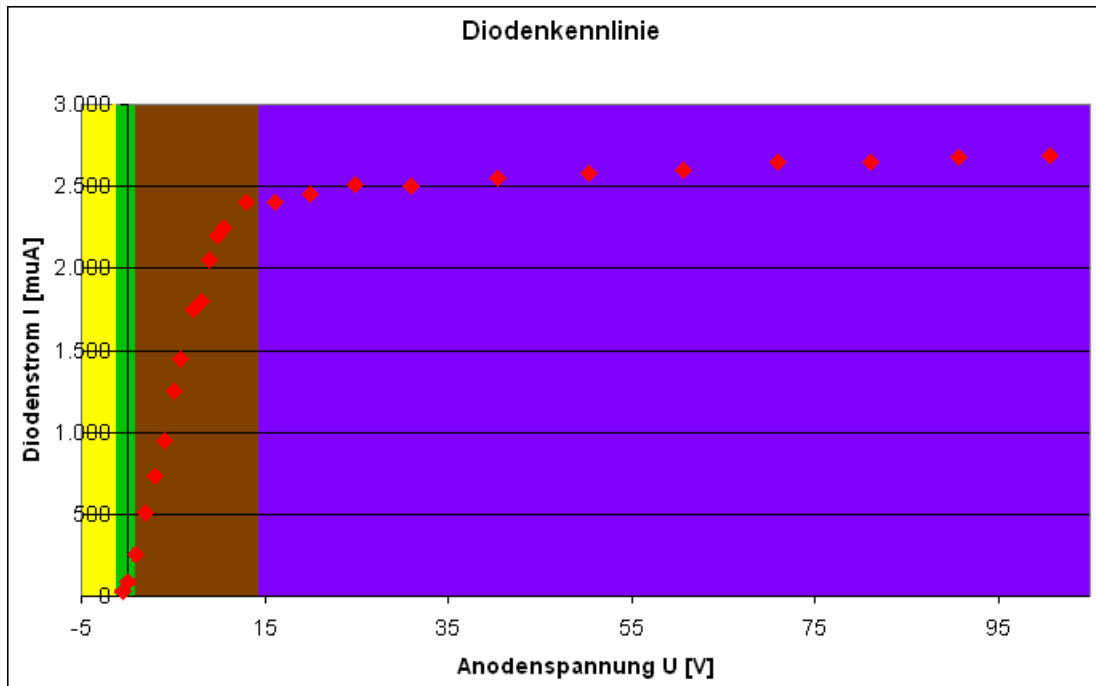
### 2.1 Diodenkennlinie

Am Versuchsaufbau änderten wir für die zweite Teilaufgabe rein gar nichts, nur dass wir diesmal nicht die Heizleistung variierten, sondern die Anodenspannung. Den Heizstrom stellten wir während der ganzen Messreihe auf konstant  $2,3\text{ A}$  ein, so dass die Diode immer bei der gleichen Temperatur betrieben wurde. Von der betragsmäßig Größten zu erreichenden negativen Spannung an bis zu  $100\text{ V}$  nahmen wir die folgenden Werte auf:

Spannung U [V]	Diodenstrom I [ $\mu\text{A}$ ]
-0,47	32
0	85
0,98	250
2,07	510
3,06	730
4,02	950
5,07	1.250
5,84	1.450
7,15	1.750
8,05	1.800
8,94	2.050
9,8	2.200
10,5	2.250
16,14	2.400
20	2.450
24,93	2.510
13,06	2.400
31	2.500
40,4	2.550
50,33	2.580
60,62	2.600
71	2.650
81,14	2.650
90,7	2.680
100,6	2.690

Kennlinien elektrischer Bauteile sind immer Strom über Spannungs-Auftragungen, so dass dies für die Diode schnell gemacht ist. Zur Diskussion seien die vier Bereiche der Kennlinie aus der Vorbereitung in Erinnerung gerufen:

- **Sperrbereich:** Bei umgekehrter Polung tritt kein Stromfluss auf, da die Elektronen wie oben beschrieben nicht gegen die starke Gegenspannung anlaufen können.
- **Anlaufbereich:** Bei kleinerer negativer Spannung gelingt es den schnellsten Elektronen, zur Anode zu fliegen, womit ein geringer Diodenstrom zu verzeichnen wäre. Die langsameren Elektronen halten sich zwischen Anode und Kathode auf, wir erhalten dort also eine Raumladung.
- **Raumladungsbereich:** Für eine positive Spannung werden die Elektronen aus dem Raumladungsbereich abgesaugt. Klar: je höher die angelegte Spannung, desto größer der gemessene Strom. Allerdings hängt der Diodenstrom auch von der Raumladung ab!
- **Sättigungsbereich:** Für sehr große Spannungen werden alle austretenden Elektronen sofort abgesaugt, es bildet sich kein Raumladungsbereich aus.



In der Grafik ist der Sperrbereich gelb, der Anlaufbereich grün, der Raumladungsbereich braun und der Sättigungsbereich blau markiert.

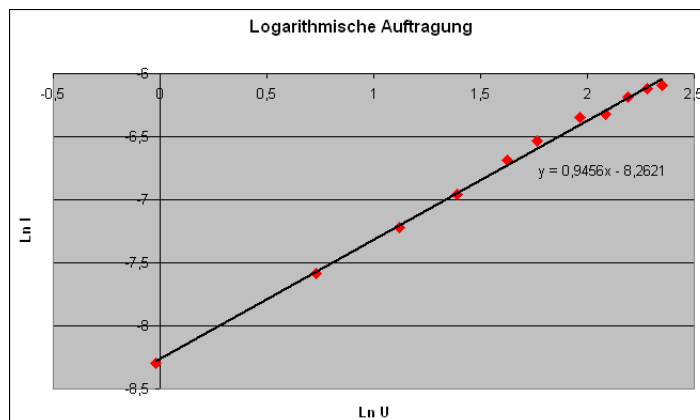
## 2.2 Langmuir-Schottkysches Raumladungsgesetz

Im Raumladungsbereich (braun markiert, also zwischen  $-1$  und  $10$  V) folgt die Beziehung zwischen Strom und Spannung des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetz, was wir in der Vorbereitung hergeleitet haben zu:

$$I = \underbrace{A_a \cdot \varepsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e}{m}} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{d^2}}_{=:c} \cdot U^{\frac{3}{2}} \quad (7)$$

### 2.2.1 Logarithmische Auftragung

In der Vorbereitung hatten wir uns überlegt, dass eine  $\ln I$  über  $\ln U$ -Auftragung bei Gültigkeit des Raumladungsgesetzes eine Gerade mit Steigung  $\frac{3}{2}$  ergeben müsste. Die Gerade erhalten wir zwar, die Steigung ist allerdings wie vom Betreuer prophezeit nicht  $\frac{3}{2}$ , sondern  $\approx 0,95$ :



Der y-Achsenabschnitt  $b$  (aus dem Schaubild entnehmen wir  $b = -8,2621$ ) würde in dieser Auftragung  $\ln c$  entsprechen, womit sich über  $c = e^b$  die Konstante  $c$  berechnen lassen müsste. Per Taschenrechner erhalten wir:

$$c_{log} = 2,58 \cdot 10^{-4} \quad (8)$$

Theoretisch erwarten wir mit der Anodenfläche  $A_a = 61 \text{ mm}^2$  und dem Kathoden-Anodenabstand  $d = 0,81 \text{ mm}$ :

$$c_{theo} = A_a \cdot \varepsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot e}{m}} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{d^2} = 2,17 \cdot 10^{-4} \quad (9)$$

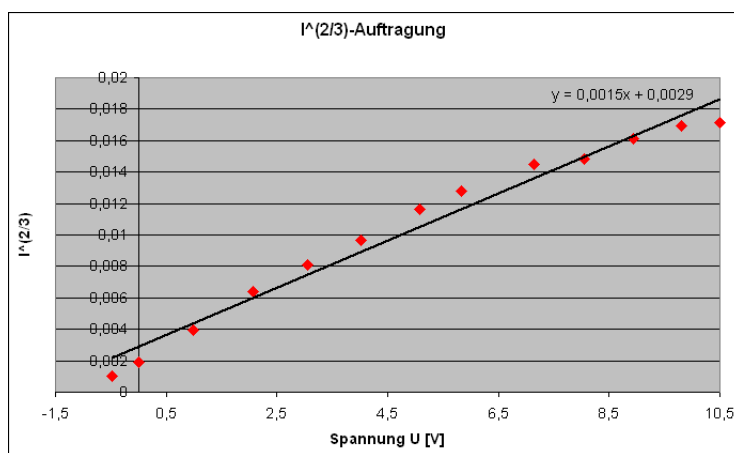
Das Experiment scheint die Theorie also zu bestätigen, auch wenn 18% Abweichung sicherlich kein geringer Fehler sind.

### 2.2.2 $I^{\frac{2}{3}}$ -Auftragung

Auf Anraten des Betreuers formten wir (7) anders um: Potenzieren der Gleichung mit  $\frac{2}{3}$  ergibt:

$$I^{\frac{2}{3}} = c \cdot U \quad (10)$$

Hiermit hätten wir also auch einen linearen Zusammenhang beider Größen hergestellt. Trägt man also  $I^{\frac{2}{3}}$  über  $U$  auf, so müsste sich erstens eine Gerade ergeben und zweitens deren Steigung genau der gesuchten Konstanten  $c$  entsprechen.



$$\Rightarrow c_{mess} = 0,0015 \quad (11)$$

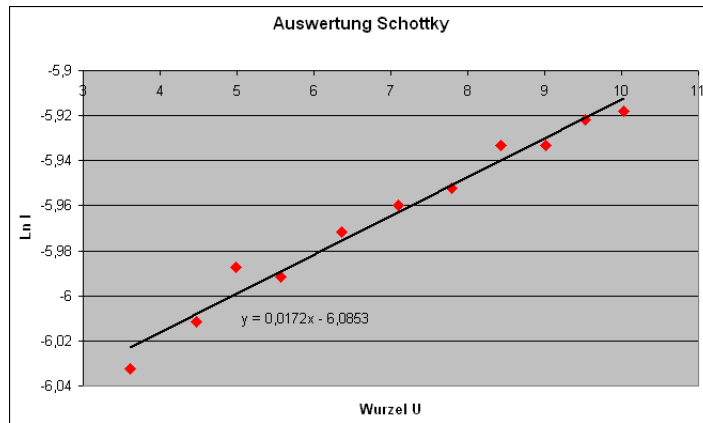
Der Messwert für  $c$  liegt zwar eine Zehnerpotenz neben dem theoretischen Wert, ist aber wenigstens tendenziell in der richtigen Gegend und spiegelt auch den vom Betreuer ermittelten Betrag wieder.

### 2.3 Schottky-Effekt

Für größere Anodenspannungen (20 V...100 V) befinden wir uns im Sättigungsgebiet, alle Elektronen werden aus dem Raumladungsbereich abgesaugt. Im Sättigungsgebiet gilt die Schottky-Formel:

$$I_S = \underbrace{A_k \cdot \varepsilon \cdot T^2 \cdot \exp\left(-\frac{\phi_0}{k_B \cdot T}\right)}_{=: \alpha} \cdot \exp\left(\underbrace{\frac{e}{2 \cdot k_B \cdot T} \cdot \sqrt{\frac{e}{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r_i \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}}}}_{=: \beta} \cdot \sqrt{U}\right) \quad (12)$$

Wie in der Vorbereitung gezeigt müsste sich für  $\ln I_S$  über  $\sqrt{U}$  eine Gerade ergeben, was sich auch im Experiment bestätigt:



In der Vorbereitung haben wir weiterhin gezeigt, dass wir für  $\beta$  erwarten:

$$\beta_{theo} = 0,014 \quad (13)$$

Wie dort ebenfalls steht, ist im  $\ln I_S$  über  $\sqrt{U}$ -Schaubild  $\beta$  gerade die Steigung, in unserem Falle also...

$$\beta_{mess} = 0,0172 \quad (14)$$

Von der Größenordnung her können wir also davon ausgehen,  $\beta$  im Versuch als bestätigt anzusehen.

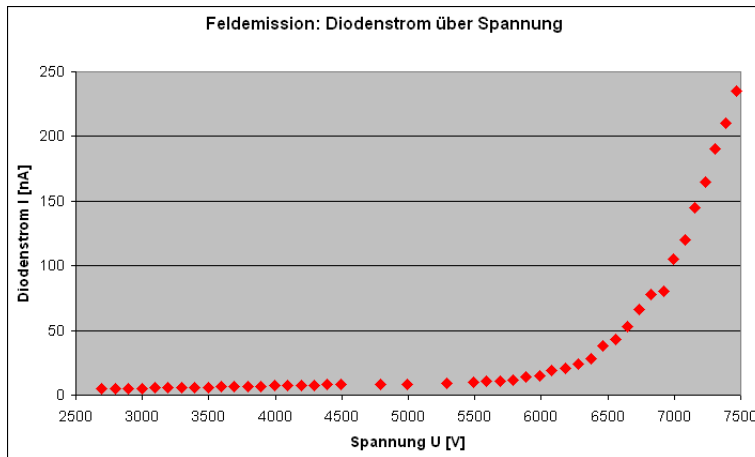
### 3 Feldemission, Fowler-Nordheim-Beziehung

Im dritten Aufgabenteil wechselten wir die Versuchsanordnung, um das Phänomen der Feldemission zu untersuchen. Für den Feldemissionsstrom zwischen Wolframspitze und Anode / Schirm registrierten wir für verschiedene Spannungen, die wir noch wegen eines Vorwiderstandes mit  $U_{korr} = U_{Anzeige} - I \cdot 10^9 \Omega$  korrigieren mussten:

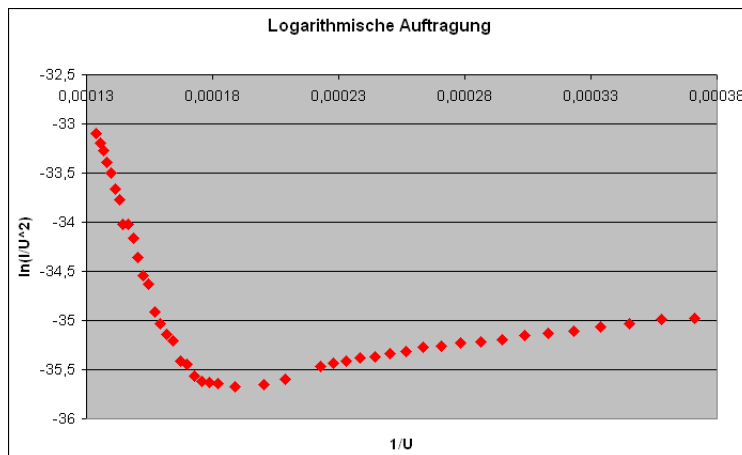
Spannung $U_{Anzeige}$ [kV]	Spannung $U_{korr}$ [V]	Diodenstrom I [nA]	Potentialbergbreite $\Delta x$ [pm]
2,7	2695	4,7	1.909
2,8	2795	5	1.834
2,9	2895	5,1	1.765
3,0	2995	5,3	1.700
3,1	3095	5,4	1.640
3,2	3194	5,65	1.583
3,3	3294	5,85	1.530
3,4	3394	6	1.479
3,5	3494	6,2	1.432
3,6	3594	6,5	1.387
3,7	3693	6,65	1.345
3,8	3793	6,9	1.305
3,9	3893	7	1.267
4,0	3993	7,2	1.231
4,1	4093	7,3	1.196
4,2	4192	7,6	1.163
4,3	4292	7,7	1.132
4,4	4392	7,9	1.102
4,5	4492	8	1.073
4,8	4792	8	995
5,0	4992	8,2	947
5,3	5291	9	883
5,5	5490	10	844
5,6	5590	10,5	825
5,7	5689	11	808
5,8	5788	12	790
5,9	5886	14	774
6,0	5985	15	758
6,1	6081	19	743
6,2	6179	21	728
6,3	6276	24	714
6,4	6372	28	700
6,5	6462	38	687
6,6	6557	43	674
6,7	6647	53	663
6,8	6734	66	651
6,9	6822	78	640
7,0	6920	80	628
7,1	6995	105	619
7,2	7080	120	610
7,3	7155	145	601
7,4	7235	165	592
7,5	7310	190	584
7,6	7390	210	575
7,7	7465	235	567



Zunächst sei  $I$  über  $U$  aufgetragen, wir erhalten somit die Kennlinie der Feldemissionsröhre:



In der Vorbereitung hatten wir bereits gezeigt, dass sich bei Gültigkeit der Fowler-Nordheim-Beziehung  $I_S = A \cdot U^2 \cdot e^{-\frac{B}{U}}$  bei einer Auftragung  $\ln(\frac{I_S}{U^2})$  über  $\frac{1}{U}$  eine Gerade ergeben müsste. Dies ist der Fall, allerdings erst ab einer gewissen Spannung:



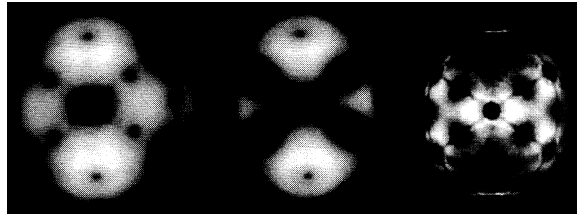
Woran liegt es nun, dass die Fowler-Nordheim-Beziehung erst ab einer höheren Spannung gilt? Dies wird schnell klar, wenn man die Breite des Potentialbergs bei den verschiedenen Spannungen betrachtet. In der Vorbereitung hatten wir für diese die Formel

$$\Delta x = \frac{\sqrt{\phi_0^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \beta}}{\beta} \quad (15)$$

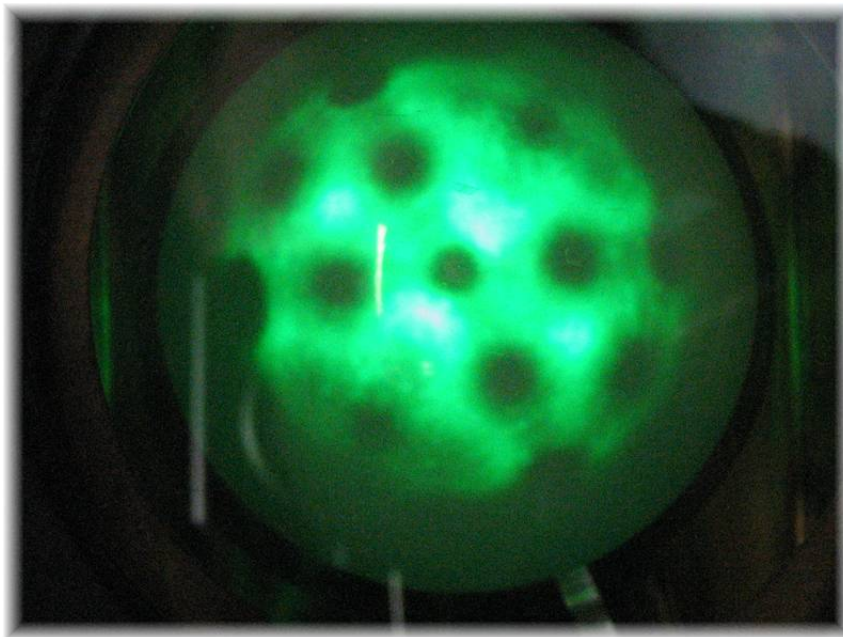
hergeleitet, wobei alle Werte konstant sind bis auf  $\beta$ , das direkt proportional zur Spannung ist. In der vierten Spalte der obigen Tabelle sind die mit (15) berechneten Potentialbergbreiten  $\Delta x$  mit aufgelistet, wobei die konkreten Werte bzw. Formeln für  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\phi_0$  in der Vorbereitung zu finden sind. Wir stellen fest: für niedrige Spannungen ist der Potentialberg ( $> 1500 \text{ pm}$ ) weit größer als die ebenfalls in der Vorbereitung errechnete DeBroglie-Wellenlänge der Elektronen ( $\lambda = 500 \text{ pm}$ ). Es gelingt den Elektronen deshalb nicht, durch den Potentialberg hindurch zu tunneln - es tritt also keine Feldemission auf, die Fowler-Nordheim-Beziehung besitzt keine Gültigkeit. Für größere Spannungen nähert sich die Potentialbergbreite der Elektronen-Wellenlänge an, so dass der Tunneleffekt eintritt und wir in der  $\ln(\frac{I_S}{U^2})$  über  $\frac{1}{U}$ -Auftragung eine Gerade, also die Bestätigung der Fowler-Nordheim-Beziehung, erkennen können.

## 4 Feldemissions-Mikroskop

Die Funktionsweise des Feldemissions-Mikroskops haben wir bereits in der Vorbereitung beschrieben. Außerdem hatten wir dort die zu erwartenden Bilder direkt nach dem Ausheizen, ca. 3 Minuten später und nach Barium-Bedampfung abgedruckt, die der Vorbereitungsmappe entnommen wurden:



Mit der Digitalkamera nahmen wir bei einer Sekunde Belichtungszeit folgendes Bild auf, wobei wir auf das Ausheizen verzichteten, weil es laut Techniker nicht nötig sei:



Wie lässt sich dieses Bild erklären? Eigentlich müsste man ja ein durchgehend helles Bild erwarten, da die Elektronen von der Wolframspitze durch Feldemission in alle Richtungen ausgesandt werden sollten. Allerdings kommt hier die Kristallstruktur zum tragen: Elektronen sind negativ geladen, während die Atome als Träger positiver Ladungen für sie abstoßend wirken. Die Elektronen treten deshalb nicht gleichmäßig aus, sondern nur in den Zwischenräumen der Kristallstruktur - heraus kommt das beobachtete Hell-Dunkel-Muster!

