

Versuch: P1-83

# Ferromagnetische Hysteresis

- Vorbereitung -

**Vorbemerkung**

Als Hinführung zum Thema „Ferromagnetismus“ ist es bei diesem Versuch zunächst die Aufgabe, die Kenngrößen (Induktivität und Verlustwiderstand) einer Spule zu bestimmen. Anschließend wird die Änderung der Werte nach dem Einbau eines geschlossenen Eisenkerns in der Spule untersucht. Danach werden Magnetisierungs- und Entmagnetisierungs-Vorgang genau unter die Lupe genommen und - wie der Versuchsname schon sagt - Hysteresis-Kurven aufgezeichnet.

**Inhaltsverzeichnis**

|          |  |          |
|----------|--|----------|
| <b>1</b> | <b>Luftspule: Induktivität und Verlustwiderstand</b>             | <b>2</b> |
| 1.1      | Experiment . . . . .   | 2        |
| 1.2      | Theoretische Berechnung . . . . .                                | 3        |
| <b>2</b> | <b>Spule mit Eisenkern: Induktivität und Verlustwiderstand</b>   | <b>4</b> |
| 2.1      | Experiment . . . . .   | 4        |
| 2.2      | Berechnung der Wechselfeld-Permeabilitätswerte . . . . .         | 4        |
| <b>3</b> | <b>Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste</b> | <b>4</b> |
| 3.1      | Hysteresis des Eisenkerns . . . . .                              | 4        |
| 3.1.1    | Weiß'sche Bezirke . . . . .                                      | 4        |
| 3.1.2    | Remanenz . . . . .   | 5        |
| 3.1.3    | Neukurve / Hysteresis-Kurve . . . . .                            | 5        |
| 3.2      | Eichung der Achsen des Oszilloskops . . . . .                    | 5        |
| 3.2.1    | H-Achse . . . . .  | 5        |
| 3.2.2    | B-Achse . . . . .  | 6        |
| 3.3      | Ummagnetisierung . . . . .                                       | 6        |
| 3.3.1    | Ummagnetisierungs-Arbeit . . . . .                               | 6        |
| 3.3.2    | Ummagnetisierungs-Verlustleistung . . . . .                      | 6        |
| 3.4      | Wechselfeld-Permeabilität . . . . .                              | 7        |
| 3.5      | Vergleich mit Aufgabe 2 . . . . .                                | 7        |
| <b>4</b> | <b>Vergleich: Eisen - Ferrit</b>                                 | <b>7</b> |

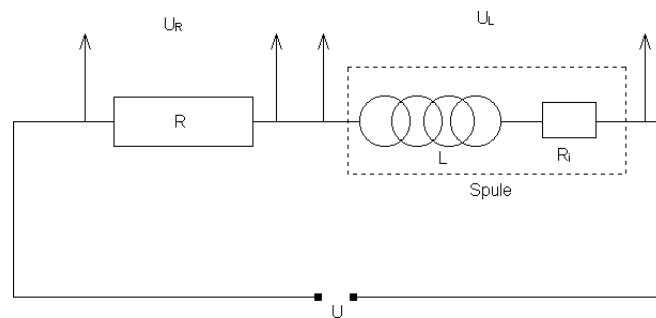
# 1 Luftspule: Induktivität und Verlustwiderstand

## 1.1 Experiment

Ein Widerstand ( $R = 10\Omega$ ) und eine Transformatorspule ( $n = 1000$  Windungen, ohne Eisenkern) werden in Reihe geschaltet und von 50 Hz-Wechselstrom mit  $I_{eff} = 300$  mA durchflossen. Per Oszilloskop sollen folgende Größen gemessen werden:

- Spannungsamplitude an der Spule
- Spannungsamplitude am Widerstand
- Zeitdifferenz zwischen Nulldurchgängen der beiden Spannungen

Deshalb muss das Oszilloskop folgendermaßen in den Stromkreis eingebaut werden (die Spule sehen wir als Reihenschaltung aus Induktivität  $L$  und Verlustwiderstand  $R_I$  an):



Die gesuchten Spannungen und die Zeitdifferenz ihrer Nulldurchgänge lassen sich direkt an der Kurve auf dem Bildschirm ablesen. Zur Berechnung von Spuleninduktivität und Verlustwiderstand der Spule betrachten wir die gemessene Spannung  $U_L$ . Da es sich um eine Reihenschaltung handelt, fließt überall die gleiche Stromstärke  $I$ . Das heißt, der Wechselstrom-Gesamtwiderstand  $Z_{Sp}$  der Spule kann mit

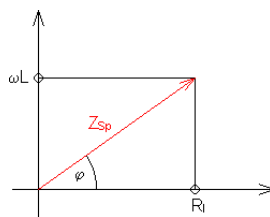
$$Z_{Sp} = \frac{U_L}{I} \quad (1)$$

berechnet werden. Die Stromstärke  $I$  wird nicht gemessen, sie lässt sich aber mit Hilfe des Ohm'schen Widerstands leicht berechnen:

$$Z_{Sp} = \frac{U_L}{\frac{U_R}{R}} \quad (2)$$

$$Z_{Sp} = \frac{U_L}{U_R} R \quad (3)$$

$Z_{Sp}$  sich aus dem Induktiven Widerstand  $\omega L$  und dem Innenwiderstand  $R_I$  der Spule zusammen (die Ursache für den Innenwiderstand können Drahtwiderstände, Abstrahlung, Wirbelströme usw. sein). Das Zeigerdiagramm gibt Aufschluss über die Phasenbeziehung von  $\omega L$  und  $R_I$ :



Mit dem Satz des Pythagoras kann man daraus die folgende Formel für den Gesamtwiderstand finden:

$$|Z_{Sp}| = \sqrt{R_I^2 + (\omega L)^2} \quad (4)$$

Außerdem ergeben die trigonometrischen Beziehungen im Zeigerdiagramm die folgenden Beziehungen, in denen die gesuchten Größen Verlustwiderstand  $R_I$  und Induktivität  $L$  durch  $|Z_{Sp}|$  und die Phasenverschiebung  $\varphi$  ausgedrückt werden:

$$R_I = |Z_{Sp}| \cdot \cos \varphi \quad (5)$$

$$L = |Z_{Sp}| \cdot \frac{\sin \varphi}{\omega} \quad (6)$$

Um die Phasenverschiebung  $\varphi$  zu bestimmen, nutzen wir es aus, dass am Ohm'schen Widerstand  $R = 10\Omega$  der gesamten Schaltung Spannung und Strom in Phase sind. Das heißt, dass die anfangs gemessene Zeitdifferenz  $\Delta t$  zwischen Nulldurchgängen der Spannungen  $U_L$  und  $U_R$  mit der Phasengeschwindigkeit  $\varphi$  folgendermaßen zusammenhängt:

$$\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T} = 2\pi f \Delta t \quad (7)$$

## 1.2 Theoretische Berechnung

Jetzt sollen die im Experiment zu messenden Werte Spuleninduktivität  $L$  und Drahtwiderstand  $R_I$  der Spule theoretisch vorausgesagt werden. Zunächst einmal seien die Gerätedaten der Apparatur aus der Zubehör-Liste des Aufgabenblattes zusammengestellt:

- Widerstand  $R = 10\Omega$  in Reihe
- Globale Einstellungen: Wechselstrom  $f = 50\text{ Hz}$ ,  $I_{eff} = 300\text{ mA}$  oder  $30\text{ mA}$
- Spulendaten:
  - Windungszahl:  $n = 1000$
  - Mittlerer Wickelradius:  $r = 3,4\text{ cm}$
  - Verhältnis äußerer zu innerer Wickelradius:  $1,5$
  - Länge:  $l = 6,8\text{ cm}$
  - Kupferdraht-Radius:  $r_{Draht} = 0,35\text{ mm} = \frac{1}{2}d_{Draht} = \frac{1}{2}0,7\text{ mm}$
  - Kein Eisenkern, also  $\mu_r = 1$

Da die Länge den Radius der Spule nicht deutlich überschreitet, kann die Verallgemeinerung „lange Spule“ nicht angenommen werden - die Formel für die Induktivität der langen Spule muss mit einem Korrekturterm  $k$  (in diesem Fall  $k \approx 0,55$ , siehe Vorbereitungshilfe) versehen werden:

$$L = \mu_0 \mu_r \frac{n^2 A}{l} k \approx 37\text{ mH} \quad (8)$$

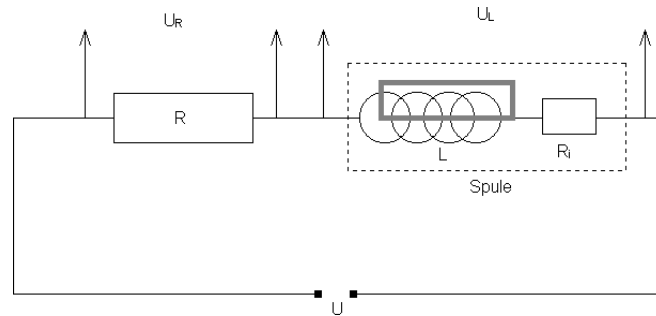
Der Draht der Spule ist  $d = 2\pi r n$  lang, der spezifische Widerstand des Drahtes beträgt  $\varrho = 1,54 \cdot 10^{-8}\Omega\text{m}$  und der Spulenquerschnitt  $A$  errechnet sich nach der Formel  $A = \pi r_{Draht}^2$ . Der Verlustwiderstand entspricht damit:

$$R_I = \varrho \cdot \frac{d}{A} \approx 8,55\Omega \quad (9)$$

## 2 Spule mit Eisenkern: Induktivität und Verlustwiderstand

### 2.1 Experiment

In die Spule wird ein geschlossener Eisenkern eingebaut. Die Messung erfolgt analog zu 1.1, jedoch bei  $I_{eff} = 30 \text{ mA}$  und  $I_{eff} = 10 \text{ mA}$ .



### 2.2 Berechnung der Wechselfeld-Permeabilitätswerte

Mit Eisenkern ist  $\mu_r \neq 1$ , Formel (8) nach  $\mu_r$  aufgelöst ergibt:

$$\mu_r = \frac{L \cdot l}{\mu_0 n^2 A k} \quad (10)$$

Allerdings muss jetzt die Geometrie des Eisenkerns eingesetzt werden, d.h. (10) sieht eigentlich folgendermaßen aus ( $k \approx 1$ , da die Länge des Eisenkerns im Versuch groß gegenüber dem Durchmesser ist):

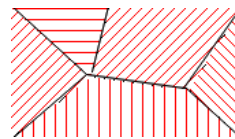
$$\mu_r = \frac{L \cdot l_{Kern}}{\mu_0 n^2 A_{Kern}} \quad (11)$$

## 3 Ferromagnetische Hysterese und Ummagnetisierungsverluste

### 3.1 Hysterese des Eisenkerns

#### 3.1.1 Weiß'sche Bezirke

Ferromagnetische Stoffe wie z.B. Eisen kennzeichnen sich durch Weiß'sche Bezirke - Materialbereiche, in denen die molekularen Dipole in die gleiche Richtung (also parallel) gerichtet sind. Ist der Stoff unmagnetisiert, so zeigen diese Bezirke zufällig in alle denkbaren Richtungen und heben sich so im Mittel auf.



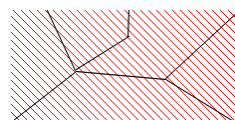
Im magnetischen Feld  $\vec{B}_0$  richten sich die Weiß'schen Bezirke in der Richtung von  $\vec{B}_0$  aus und verstärken das äußere Magnetfeld.  $\vec{B}_0$  erzeugt ein magnetisches Moment vom Betrag  $M$ , pro Volumeneinheit genannt Magnetisierung  $J = \frac{M}{V}$ . Das resultierende Feld  $B_m$  ( $\vec{B}_0$  zusammen mit der durch die Magnetisierung verursachten Verstärkung) ergibt:

$$B_m = B_0 + \mu_0 \cdot J \quad (12)$$

$$B_m = \mu_0(H + J) \quad (13)$$

$$B_m = \mu_r \mu_0 H \quad (14)$$

Im Sättigungsfall sind alle Weiß'schen Bezirke ausgerichtet:



### 3.1.2 Remanenz

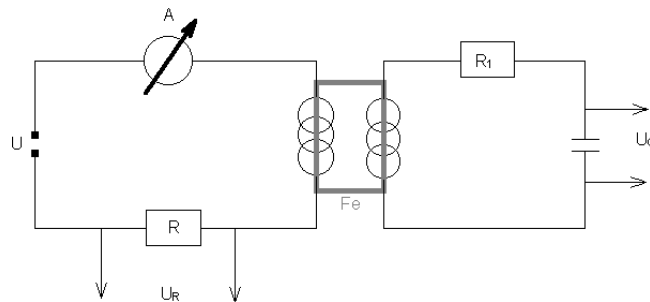
Auch nach der Abschaltung des äußeren Magnetfeldes bleiben einzelne Weiß'sche Bezirke weiter ausgerichtet. Der ferromagnetische Stoff hat deswegen jetzt ein größeres Magnetfeld, als er vor seiner Magnetisierung besessen hatte. Dieses hinzugewonnene Feld wird als Remanenz bezeichnet.

Mit einem äußeren Gegenfeld (Koerzitivkraft) lässt sich dieses jedoch wieder eliminieren, der Stoff wird entmagnetisiert.

### 3.1.3 Neukurve / Hysterese-Kurve

Magnetisiert man einen Stoff zum ersten Mal und trägt man  $B$  über  $H$  auf, so erhält man die Neukurve. Diese lässt sich nur einmal feststellen! Variiert man anschließend das magnetisierende Feld  $H$  zyklisch, so durchlaufen die  $B$ -Werte die charakteristische Hysterese-Schleife (Abb. siehe Vorbereitungshilfe), die nicht mehr durch den Nullpunkt geht.

$B$  und  $H$  lassen sich allerdings nur schwer direkt messen: zwar bestünde die Möglichkeit, dies per Hall-Sonde zu bewerkstelligen, doch ist es mit dem folgenden Versuchsaufbau deutlich einfacher.



- Der Spannungsabfall am  $10 \Omega$ -Widerstand im Kreis der felderzeugenden Spule ( $n_1 = 1000$ ) ist ein Maß für  $H$
- Das Integral über der Spannung, die an einer zweiten Spule ( $n_2 = 50$ ) induziert wird, ist ein Maß für  $B$ . Als Integrator dient ein R-C-Glied mit  $R \cdot C \cdot \omega \gg 1$ .

## 3.2 Eichung der Achsen des Oszilloskops

Wie in 3.1.3 beschrieben, messen wir die Spannung  $U$  bzw. das Integral über die induzierte Spannung  $U_{ind}$  als Maß für  $H$  bzw.  $B$ . Um nun die tatsächlichen Werte zu finden, muss die richtige Eichung ermittelt werden.

### 3.2.1 H-Achse

Die Formel für  $H$  formen wir zur Bestimmung des Zusammenhangs zwischen  $H$  und  $U_R$  um:

$$H = \frac{n_1}{l_{Kern}} \cdot I_{eff} \quad (15)$$

$$H = \frac{n_1}{l_{Kern}} \cdot \frac{U_R}{R} \quad (16)$$

$$H = \frac{n_1}{l_{Kern} \cdot R} \cdot U_R \quad (17)$$

$$H = \frac{1000}{0,48 \text{ m} \cdot 10 \Omega} \frac{A}{Vm} \cdot U_R \quad (18)$$

$$H = 208 \frac{A}{Vm} \cdot U_R \quad (19)$$

### 3.2.2 B-Achse

Ein R-C-Glied (Reihenschaltung des Ohm'schen Widerstandes  $R_1$  und des Kondensators  $C$ ) dient als Integrator. Die am Kondensator gemessene Spannung  $U_C$  ist abhängig von der Induktionsspannung:

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int I \, dt = \frac{1}{C} \int \frac{U_{Ind} - U_C}{R_1} \, dt \quad (20)$$

Für ausreichend große  $R_1$  und  $C$  kann  $U_C$  vernachlässigt werden, daraus folgt:

$$U_C = \frac{1}{C \cdot R_1} \int U_{Ind} \, dt \quad (21)$$

Aus dem Faraday'schen Induktionsgesetz ( $U_{Ind} = -n_2 A \dot{B}$ ) ergibt sich:

$$\dot{B} = -\frac{U_{Ind}}{n_2 \cdot A} \quad (22)$$

$$B = -\frac{1}{n_2 \cdot A} \int U_{Ind} \, dt \quad (23)$$

Der Vergleich von (21) und (23) liefert betragsmäßig:

$$B = \frac{C \cdot R_1}{n_2 \cdot A} \cdot U_C \quad (24)$$

## 3.3 Ummagnetisierung

### 3.3.1 Ummagnetisierungs-Arbeit

Pro Volumeneinheit und Umlauf lässt sich die Ummagnetisierungs-Arbeit (also die Arbeit, die pro Volumeneinheit geleistet werden muss, um das Material zu entmagnetisieren) durch das Integral

$$\frac{W_{Ummagn.}}{V} = \int B \cdot dH \quad (25)$$

beschreiben. Dieses Integral ist anschaulich der Flächeninhalt der Hysteresekurve, der mit folgenden einfachen Methoden bestimmt werden kann:

1. Kästchen zählen, notfalls ausgleichen
2. Kurve ausschneiden und wiegen (vorher Gewicht einer Referenzfläche, z.B.  $1 \text{ cm}^2$  bestimmen)

### 3.3.2 Ummagnetisierungs-Verlustleistung

Teilt man die Ummagnetisierungs-Arbeit durch die Dauer eines Zyklus, erhält man die Verlustleistung:

$$P = \frac{W_{Ummagn.}}{T_{Zyklus}} = \frac{W_{Ummagn.}}{V} \cdot \frac{V}{T_{Zyklus}} = U_{eff} \cdot I_{eff} \quad (26)$$

- Dauer eines Zyklus:  $T_{Zyklus} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$
- Materialvolumen:  $V = A \cdot l$
- Verlustwiderstand:  $R_{Mag} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{P}{I_{eff}^2}$

Materialien mit geringer Ummagnetisierungs-Verlustleistung werden **weichmagnetisch** genannt, sie besitzen eine schmale Hysteresisschleife. Ein Anwendungsgebiet sind Transformatoren und Spulen, die möglichst verlustfrei arbeiten sollen. **Hartmagnetische** Materialien lassen sich nicht so leicht entmagnetisieren, sie sind deshalb als Dauermagnete oder zum Speichern von Daten geeignet.

### 3.4 Wechselfeld-Permeabilität

In jedem Punkt der Hysteresiskurve gilt folgende Beziehung für die Permeabilität:

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad (27)$$

Eine Formel für die relative Permeabilität  $\mu_r$  lässt sich durch Umformen von (27) finden.

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} \quad (28)$$

### 3.5 Vergleich mit Aufgabe 2

Abschließend sollen die Ergebnisse von Aufgabe 2 und Aufgabe 3 verglichen werden. Eventuell auftretende Unterschiede lassen sich (neben Messfehlern natürlich) z.B. durch Wirbelströme erklären, die besonders bei Materialien mit großer Leitfähigkeit auftreten.

## 4 Vergleich: Eisen - Ferrit

Nachdem bisher ausschließlich ein Eisenkern magnetisiert wurde, geht es zum Schluss um die vergleichende Untersuchung von Eisenkern und Ferrit-Schalenkern. Für beide soll eine Reihe von Größen gemessen bzw. errechnet und dann in Beziehung gesetzt werden:

1. Oszillographische Hysteresis-Kurven (mit erkennbarem Sättigungseffekt)
2. Eichfaktoren, Diagramm mit geeichter Skala
3. Remanenz
4. Koerzitivkraft
5. Ummagnetisierungs-Verlustleistung
6. Sättigungsinduktion (ca.-Wert durch Extrapolation)

Erwartet wird, dass der Ferrit-Kern eine noch schmalere Hysteresis als das Eisen hat. Zusammen mit seinem hohen spezifischen Widerstand, der Wirbelstromverluste minimiert, macht diese Eigenschaft Ferrit zum idealen Material für hochwertige Spulen.