

Versuch: P1-83

# Ferromagnetische Hysteresis

- Auswertung -

Versuchsdurchführung: Montag, 7.11.2005

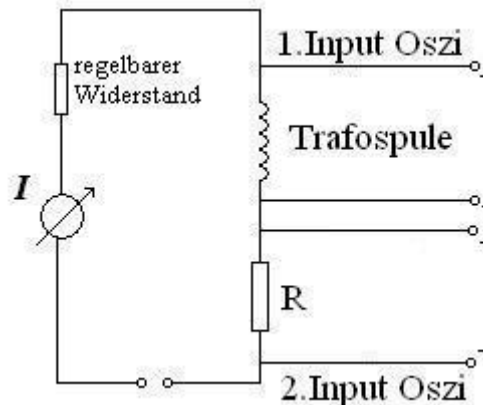
## Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule</b>                         | <b>2</b>  |
| 1.1      | Induktivität ohne Eisenkern . . . . .   | 2         |
| 1.2      | theoretische Induktivität und Widerstand . . . . .                                | 4         |
| <b>2</b> | <b>Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern</b> | <b>5</b>  |
| 2.1      | Induktivität mit Eisenkern . . . . .  | 5         |
| 2.2      | relative Permeabilität . . . . .  | 6         |
| <b>3</b> | <b>Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste</b>                  | <b>6</b>  |
| 3.1      | Formeln und Größen . . . . .  | 6         |
| 3.2      | Messung: $I_{eff} = 30 \text{ mA}$ . . . . .                                      | 8         |
| 3.3      | Messung: $I_{eff} = 10 \text{ mA}$ . . . . .                                      | 9         |
| 3.4      | Vergleich mit Aufgabe 2 . . . . .   | 10        |
| <b>4</b> | <b>Vergleich Eisen-Ferrit</b>   | <b>11</b> |
| 4.1      | Messung: Eisen . . . . .  | 11        |
| 4.2      | Messung: Ferrit . . . . .   | 12        |
| 4.3      | Vergleich Eisen-Ferrit . . . . .  | 13        |

# 1 Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule

Aus einer  $R/L$  - Reihenschaltung sollen Verlustwiderstand und Induktivität einer Spule bestimmt werden (ohne Eisenkern). Hierfür wird ein Widerstand  $R = 50\Omega$  mit einer Spule mit 1000 Windungen in Serie geschaltet. Die Wechselstromfrequenz betrage 50Hz (normale Frequenz des deutschen Stromnetzes), wobei die Messung zweimal durchgeführt werden sollen, und zwar mit  $I_{eff,1} = 300mA$  und  $I_{eff,2} = 30mA$ . Die Stromstärke wird über einen regelbaren Vorwiderstand eingestellt. Mit dem Oszillographen sollen nun die Spannungsamplituden an der Spule sowie am Widerstand gemessen werden. Weiterhin soll die Zeitdifferenz  $\Delta t$  zwischen deren Nulldurchgängen gemessen werden. Aus dieser Zeitdifferenz erhält man die Phasenverschiebung, um die der Strom  $I$  der Spannung  $U$  nacheilt:

$$\varphi = 2\pi \cdot \frac{\Delta t}{T} = 2\pi \cdot f \cdot \Delta t$$



Aufgabe1: Schaltplan

## 1.1 Induktivität ohne Eisenkern

Es sollen zuerst der Verlustwiderstand  $r$  der Spule und deren Induktivität  $L$  berechnet werden. Die Ursachen für  $r$  liegen beispielsweise im Drahtwiderstand, Abstrahlung, Wirbelströmen, o.ä. Für den komplexen Stromwiderstand (*Impedanz*) gilt:

$$Z = r + i\omega \cdot L \quad (\omega = 2\pi f)$$

woraus sich der Scheinwiderstand  $|Z|$  ergibt

$$|Z| = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \sqrt{(\operatorname{Re}Z)^2 + (\operatorname{Im}Z)^2} = \sqrt{r^2 + \omega^2 \cdot L^2}$$

Nun geht man zur Bestimmung von  $r$  und  $L$  folgendermaßen vor: man misst oszilloskopisch die Spannung am Vorwiderstand  $R$  und an der Spule, sowie den Phasenwinkel  $\varphi$ . Dann ergeben sich unsere gesuchten Größen aus:

$$|Z| = \hat{U} \cdot \frac{R}{\hat{U}_R}, \quad r = |Z| \cdot \cos \varphi \quad \text{und} \quad L = |Z| \cdot \frac{\sin \varphi}{\omega}$$

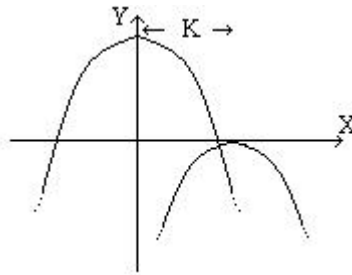
Der Versuch wurde nun wie folgend durchgeführt:

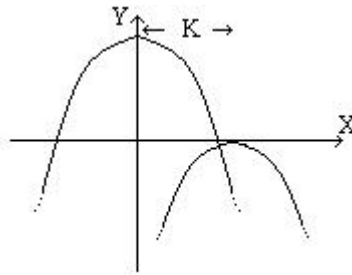
- Als erstes wurde die Schaltung nach obigem Schema aufgebaut, wobei zu beachten ist, dass das Oszilloskop richtig angeschlossen ist, um keinen Kurzschluss zu erzeugen. Es wird eine Spannung angelegt, so dass ein Strom fließt.
- Die Spannungskurven für die Spule und die Spannung am Widerstand werden am Oszilloskop eingestellt, das heißt, dass die (u.U. verzerrten) Kurven mittels *Focus* in ihrer Linienbreite verstellt werden können und mittels *Intens.* in ihrer Helligkeit reguliert werden können. Vor allem jedoch wird man die Skala der Anzeige der einzelnen Kurven mittels eines 12-stufigen Drehschalters (Eingangsteiler an Kanal 1 und 2) verändern, d.h. den Y-Verstärkungsfaktor angeben, mit denen die Kurven angezeigt werden.

- Die Triggerung sollte eingeschaltet sein und hat man bis hierher alles richtig gemacht, so sieht man 2 (möglichst verschiedene) Kurven auf dem Schirm, deren Amplituden sich unterscheiden können und die phasenverschoben sein können. Es ist zu beachten, dass die Kurven „stehende Kurven“ sind, d.h., dass die Triggerung ein Wandern der Kurve über den Bildschirm unterbindet.
- Nun werden die Achsen geeicht: man stellt nun (zu Ablesezwecken) die Kurven so ein, dass sie symmetrisch zu den auf dem Schirm aufgezeichneten Koordinatenkreuz liegen. Dazu legt man die Durchschnittsgeraden auf die Achsen.

Man hat nun alles vorbereitet und kann mit der eigentlichen Messung beginnen:

- Bevor man beginnt zu messen, stellt man erst am Netzgerät die Spannung ein, die zu dem Strom führt, mit dem man gerne arbeiten möchte. Man regelt die Spannung nach oben und verfolgt die Anzeige auf dem Ampèremeter. Man variiert die Spannung so lange, bis der Strom auf dem gewünschten Wert ist.
- Als erstes wird nun der Phasenwinkel, d.h. die zeitliche Verschiebung beider Spannungen relativ zueinander benötigt: die da wird diese Verschiebung nicht direkt messen können, messen wir  $\Delta t$  (s.o.). Das wird folgendermaßen erreicht:
  - Zuerst verschiebt man mittels  $X - Pos$  die beiden Kurven, so dass die eine Kurve mit ihrem Maximum auf der Y-Achse liegt. Nun verschiebt man die andere Kurve mittels  $Y - Pos$ , so dass ihr Maximum (und zwar jenes, dass im positiven x-Bereich dem Maximum der anderen Kurve am nächsten liegt) auf der X-Achse liegt.



- Es ergibt sich folgende Situation: , wobei K der Abstand in Kästchen von den beiden Funktionsmaxima ist. Nun kommt es darauf an, wie das Gerät am *Time/Div*-Regler (22stufig) eingestellt ist, denn hier wird der Zeitkoeffizient eingestellt. Die Zeit ergibt sich als Kästchenanzahl\*Einstellung am Regler. Daraus kann später die Phasenverschiebung bestimmt werden. Je nach Verkabelung kann es sein, dass man genau den „inversen“ Winkel erhält, d.h.  $180^\circ - \varphi$ . Sollte dies der Fall sein, so rechnet man wiederum  $180^\circ - (180^\circ - \varphi) = \varphi$  und erhält die gewünschte Verschiebung.
- Folgendermaßen werden nun die Amplituden der Spannungen an der Spule und am Widerstand gemessen: man skaliert zuerst die Y-Achse so groß wie möglich, um Ablesefehler zu gering wie möglich zu halten. Dann variiert man mittels  $X - Pos$  die Kurve, bis das Maximum auf der Y-Achse liegt. Nun kann man die Amplitude bequem als die Y-Koordinate des Maximums ablesen. Diese Angabe wird in Kästchen abgelesen und mit dem Faktor am *Volts/Div*-Regler multipliziert. Das gleiche Verfahren wendet man bei der anderen Spannungskurve an.

Es ergaben sich folgende Messwerte (Apparatur ohne Eisenkern):

| Größe                         | Messung Nr.1 | Messung Nr.2 | Messung Nr.3 | Herkunft  |
|-------------------------------|--------------|--------------|--------------|-----------|
| $I$ (in A)                    | 0,29         | 0,3          | 0,03         | gemessen  |
| $U_R$ (in V)                  | 5,2          | 4,8          | 0,48         | gemessen  |
| $U_L$ (in V)                  | 7,6          | 7,2          | 0,58         | gemessen  |
| $\Delta t$ (in ms)            | 7            | 7,5          | 7,5          | gemessen  |
| $\Delta t$ (in s)             | 0,007        | 0,0075       | 0,0075       | gerechnet |
| $\varphi$ (in Rad)            | 2,2          | 2,4          | 2,4          | gerechnet |
| $\varphi$ (in °)              | 126          | 135          | 135          | gerechnet |
| invertiertes $\varphi$ (in °) | 54           | 45           | 45           | gerechnet |
| $ Z $ (in $\Omega$ )          | 14,6         | 15           | 12,1         | gerechnet |
| $R_I$ in $\Omega$             | 8,6          | 10,6         | 8,5          | gerechnet |
| $L$ (in H)                    | 0,038        | 0,034        | 0,027        | gerechnet |
| Messgeraet                    | Digital      | Analog       | Analog       |           |

Als erstes ist festzuhalten, dass offensichtlich weder Verlustwiderstand  $R_I$  noch die Induktivität  $L$  von der Stromstärke abhängt (s.: die Stromstärke in Messung 3 ist 1/10 der Stromstärke in Messung 2, aber sowohl Widerstand als auch Induktivität sind nahezu gleich).

Bis auf die Induktivität der Spule sind keine Werte bekannt. Für die verwendete Spule gilt laut Aufschrift  $L = 0,044H$ . Als Mittelwert unserer Messungen gilt:  $\bar{L} = 1/3 * (0,038 + 0,034 + 0,027)H = 0,033H$ , was bedeutet, dass wir vom „wahren“ Wert 25% entfernt sind. Das ist aber nicht weiter verwunderlich, wenn wir beachten, wie wir den Wert von  $L$  errechnet haben: Zuerst geht der gemessene (also fehlerbehaftete) Winkel  $\varphi$  ein, des Weiteren  $|Z|$ , welchen wir wiederum aus den Messgrößen  $U_R$  und  $U_L$  sowie eines angegebenen Widerstands errechnet haben. Es folgt, dass alle 3 oszillographisch gemessenen Größen in die Berechnung von  $L$  eingehen und dementsprechend auch ihre Fehler und somit sind 25% Abweichung ein vertretbarer Wert. Der mittlere Widerstand ist:  $\bar{R}_I = 1/3 * (8,6 + 10,6 + 8,5)\Omega = 9,2\Omega$

## 1.2 theoretische Induktivität und Widerstand

Nun soll aus den gegebenen Spulendaten (s. *Zubehör*) näherungsweise die Spuleninduktivität und der Drahtwiderstand der Spule errechnet werden. Für eine lange Spule (Spulenlänge»Spulenradius) gilt (hergeleitet aus:  $U_{ind} = n \cdot A \cdot \dot{B}$ ,  $L = -\frac{U_{ind}}{I}$  und  $B = \mu_0 \cdot I \cdot \frac{n}{l}$ ):

$$L = \mu\mu_0 \cdot n^2 \cdot \frac{A}{l} = \mu\mu_0 \cdot n^2 \cdot \frac{\pi\bar{r}^2}{l},$$

wobei allerdings in unserem Fall ein Korrekturfaktor  $k$  eingeführt wird, der in diesem Fall (Verhältnis inner/äußerer Wickelradius: 1,5) 0.55 beträgt und sich daher erklärt, dass die verwendete Spule nicht lang ist und somit eine geometriebedingte Korrektur vorgenommen werden muss.  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$  ist die magnetische Feldkonstante, die Permeabilität von Luft ist  $\mu \approx 1$ ,  $n = 1000$  ist die Anzahl der Wicklungen, der mittlere Wicklungsradius beträgt  $\bar{r} = 0,034m$  und die Länge der Spule ist  $l = 0,068m$ . Somit ergibt sich in die Formel eingesetzt:

$$L = 36,9 \cdot 10^{-3}H = 36,9mH$$

Das ist nun eine deutliche Bestätigung unserer Messungen! Von diesem errechneten Wert ( $L_{theo} = 0,037H$ ) weicht unser experimentell ermittelter Wert ( $\bar{L}_{mess} = 0,033$ ) gerade einmal um 10,8% ab, was unter oben erwähnten Fehlereinflüssen ein recht genaues Ergebnis ist!

Für einen Draht gilt nun:

$$E = \frac{U}{l} \text{ und } j = \frac{I}{A},$$

mit:  $E$ : elektrisches Feld,  $U$ : Spannung,  $l$  Länge Draht,  $I$ : Stromstärke,  $A$ : Leiterquerschnittsfläche. Aus der Relation  $\rho = \frac{E}{j}$  ergibt sich:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

Nun können wir einsetzen (spezifischer Widerstand Kupfer:  $\rho_{Cu} = 1,54 \cdot 10^{-8} \Omega m$ , einem Drahtdurchmesser von  $d = 0,7 \cdot 10^{-3} m$ ):

$$R = \rho_{Cu} \cdot \frac{l}{A} = \rho_{Cu} \cdot \frac{2\pi r n}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = 8,55 \Omega$$

Hierbei fällt natürlich (bei Vergleich mit obigen Messergebnissen) auf, dass der Verlustwiderstand und der errechnete Drahtwiderstand der Spulen in 2 von 3 Fällen übereinstimmen und die Abweichung von  $R_{theo,Draht}$  und  $\overline{R_I} = 9,2 \Omega$  gerade mal 7% beträgt. Somit können wir annehmen, dass Verlustwiderstand und Drahtwiderstand in unserer Apparatur äquivalent sind. Die Verlustleistung ergibt sich aus  $P = R_I \cdot I^2$  und somit:

$$\begin{aligned} P(30mA) &= 8,2 \Omega \cdot (0,03A)^2 = 7,4mW \\ P(10mA) &= 8,2 \Omega \cdot (0,01A)^2 = 0,8mW \end{aligned}$$

## 2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

### 2.1 Induktivität mit Eisenkern

Die Bedingungen unterscheiden sich zur Aufgabe 1 nur dahingehend, dass nun die Spule einen geschlossenen Eisenkern bekommt. Wieder werden die Spannungsamplituden an der Spule und am Widerstand, sowie  $\Delta t$  gemessen, nur mit der geänderten Voraussetzung, dass  $I_{eff,1} = 30mA$  und  $I_{eff,2} = 10mA$  betragen.

Die Spannung  $U_L$  wurde, da sie sonst zu groß gewesen wäre, um sie auf dem Schirm des Oszillographen sauber und scharf einzustellen, mittels eines Vorwiderstands von  $9M\Omega$  und dem Innenwiderstand des Oszillographen von  $1M\Omega$  gemessen. Das heißt nichts anderes, als dass man die abgelesene Kästchenanzahl mit dem Faktor am *Volts/Div*-Regler und dem Faktor 10 multiplizieren muss, um  $U_L$  zu erhalten (denn  $9+1=10$ ).

Es ergaben sich die folgenden Messwerte (Apparatur mit Eisenkern):

| Größe                         | Messung Nr.1 | Messung Nr.2 | Herkunft  |
|-------------------------------|--------------|--------------|-----------|
| $I$ (in A)                    | 0,03         | 0,01         | gemessen  |
| $U_R$ (in V)                  | 0,48         | 0,155        | gemessen  |
| $U_L$ (in V)                  | 190          | 24           | gemessen  |
| $\Delta t$ (in ms)            | 6            | 6            | gemessen  |
| $\Delta t$ (in s)             | 0,006        | 0,006        | gerechnet |
| $\varphi$ (in Rad)            | 1,9          | 1,9          | gerechnet |
| $\varphi$ (in °)              | 108          | 108          | gerechnet |
| invertiertes $\varphi$ (in °) | 72           | 72           | gerechnet |
| $ Z $ (in $\Omega$ )          | 3958,3       | 1548,4       | gerechnet |
| $R_I$ (in $\Omega$ )          | 1223,2       | 478,5        | gerechnet |
| $L$ (in H)                    | 12,0         | 4,7          | gerechnet |
| Messgeraet                    | Digital      | Digital      |           |

Hier sieht man nun ein zur Aufgabe 1 deutlich verändertes Bild. Ganz offensichtlich hängt nun die Induktivität *sehr stark* von der Stromstärke ab. Schaut man sich die Werte an (Stromstärkeveränderungsfaktor: 3, Induktivitätsveränderungsfaktor: 2,6) so liegt (zumindest in unserem Messbereich gar eine Proportionalität nahe, wobei man natürlich aus nur 2 Werten keine Aussage treffen, sondern nur eher wild spekulieren kann.

Gleiches scheint beim Widerstand  $R_I$  der Fall zu sein. Auch hier ist der Veränderungsfaktor 2,6. Auch der Verlustwiderstand hängt somit deutlich von der Stromstärke ab.

Weiterhin bleibt anzumerken, dass die Phasenverschiebung etwas größer geworden ist und natürlich am meisten ins Auge fallend - die Induktivität ist um ein Vielfaches gestiegen! Bei gleichen Werten  $I = 30mA$  ist der Unterschied ohne Eisenkern/ mit Eisenkern ein Faktor 450, was einen enormen Anstieg bedeutet!

## 2.2 relative Permeabilität

Das sich mit dem Eisenkern die Geometrie des Problems geändert hat, wollen wir nun mit den in 2.1 indirekt gemessenen Werten für die Induktivität, die relative Permeabilität  $\mu$  bestimmen, die ihrerseits allerdings nicht konstant ist, da sie von B und damit dem Induktionsstrom abhängt. Nun hat sich, wie erwähnt, die Geometrie des Problems geändert, d.h. das magnetische Feld verläuft nun fast ausschließlich im innern des Eisenkerns, wodurch sich zwar die gleiche Formel für  $L$  ergibt, jedoch ändern sich folgende Variable: statt der Länge der Spule ist nun die mittlere Länge der Feldlinien ausschlaggebend (s. *Zubehör*):  $l_{Feldl} = 0,48m$ , die Querschnittsfläche ist nun ebenfalls auf den Eisenkern bezogen ( $A_{Kern} = 0,039m \cdot 0,039m$ ) und somit entfällt auch die für kurze Spulen gedachte Korrektur  $k$ . Somit ergibt sich aus der Formel für die Induktivität:

$$L = n^2 \cdot \mu \mu_0 \cdot \frac{A_{Kern}}{l_{Feldl}} \Rightarrow \mu = \frac{L \cdot l_{Feldl}}{A_{Kern} \cdot \mu_0 \cdot n^2}$$

Somit ergeben sich folgende Werte aus den Messungen von Aufgabe 2.1:

| Größe                              | Messung Nr.1 | Messung Nr.2 |
|------------------------------------|--------------|--------------|
| errechnete Induktivität $L$ (in H) | 12,0         | 4,7          |
| errechnetes $\mu$                  | 3001,3       | 1174,0       |

Wie vermutet ist  $\mu$  nicht konstant, da es, wie erwähnt, vom der Stromstärke abhängt.

## 3 Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste

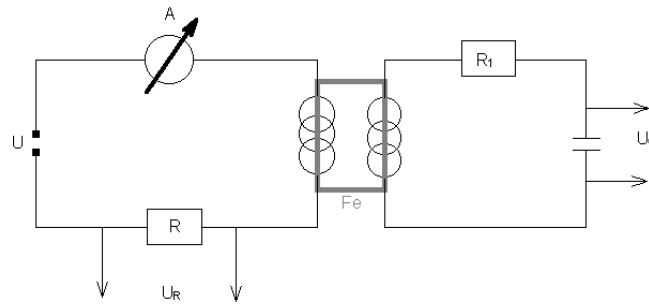
### 3.1 Formeln und Größen

In der folgenden Tabelle sind die Daten der verwendeten Apparatur aufgeführt, wie sie dem Aufgabenblatt und den Aufschriften der Geräte entnommen wurden:

|  |   |
|--|---|
| Feldlinienlänge Eisenkern:             | $l_{Kern} = 0,48 \text{ m}$                             |
| Querschnittsfläche Eisenkern:          | $A_{Kern} = (0,039 \text{ m})^2 = 0,001521 \text{ m}^2$ |
| Ohm'scher Widerstand Primärstromkreis: | $R = 10 \Omega$   |
| Primärspule:                           | $n_1 = 1000$ Windungen                                  |
| Sekundärspule:                         | $n_2 = 50$ Windungen                                    |
| Widerstand R-C-Glied:                  | $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$                             |
| Kondensator R-C-Glied:                 | $C = 1 \mu\text{F}$                                     |

Um die Magnetisierungskurve („Hysteresis“) des Eisenkerns zu messen, bauten wir folgende Schaltung auf: die Spannungsquelle speiste den Primärstromkreis, in dem neben einem Ampèremeter zur Kontrolle der Stromstärke ein Ohm'scher Widerstand mit  $R$  und eine Spule  $n_1$  in

Reihe geschaltet wurden. Der Eisenkern koppelte über eine zweite Spule  $n_2$  den Sekundärstromkreis induktiv an, der aus einem R-C-Glied (Widerstand  $R_1$  in Reihe mit Kondensator  $C$ ) bestand.



Wie in der Skizze verdeutlicht, griffen wir am Widerstand  $R$  und an der Kondensator  $C$  die Spannungen  $U_R$  und  $U_C$  ab, und stellten sie mit dem Oszilloskop dar.

In der Vorbereitung haben wir folgende Beziehungen zwischen  $H$  und  $U_R$  sowie  $B$  und  $U_C$  hergeleitet:

$$H = \frac{n_1}{l_{Kern} \cdot R} \cdot U_R \quad (1)$$

$$B = \frac{C \cdot R_1}{n_2 \cdot A_{Kern}} \cdot U_C \quad (2)$$

Die Faktoren vor den Spannungen sind die Eichfaktoren, die später für die Skalierung benötigt werden.  $U_R$  bzw.  $H$  legten wir dementsprechend auf die x-Achse des Oszilloskops,  $U_C$  bzw.  $B$  auf die y-Achse - so ergibt sich  $B$  über  $H$  und damit die gewünschte Hysteresekurve. Anschließend stellten wir das Oszilloskop so ein, dass eine möglichst bildfüllende Kurve angezeigt wurde und notierten die Skalierung von x- und y-Achse eingestellt waren (in Volt pro Zentimeter der Oszilloskopskala).

Wie in der Vorbereitung beschrieben, pausten wir die Hysteresekurve vom Oszilloskop ab, schnitten sie aus und versuchten über das Gewicht das Integral  $\int B \cdot dH$  zu bestimmen. Ein Referenzstück von  $25 \text{ cm}^2$  wog  $0,193 \text{ g}$ , die Papierdichte  $\rho$  betrug also  $\rho = 0,00772 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$ . Damit kann man die Fläche der Integral-Papierstücke (Masse:  $m$ ) mit der Formel  $A = \frac{m}{\rho}$  berechnen. Multipliziert mit den beiden Eichkonstanten und der Oszilloskop-Zahleinteilung ergibt sich das Integral  $\int B \cdot dH$ , das die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumeneinheit  $\frac{W_{Ummagn.}}{V}$  angibt. Zusammengefasst:

$$\frac{W_{Ummagn.}}{V} = \int B \cdot dH \quad (3)$$

$$\frac{W_{Ummagn.}}{V} = A \cdot \text{Eichfaktoren} \cdot \text{Skalierungen} \quad (4)$$

$$\frac{W_{Ummagn.}}{V} = \frac{m}{\rho} \cdot \text{Eichfaktoren} \cdot \text{Skalierungen} \quad (5)$$

mit

$$\rho = 0,00772 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \quad (6)$$

Durch Erweitern mit  $\frac{V}{T_{Zyklus}}$  kommen wir auf die Verlustleistung:

$$P = \frac{W_{Ummagn.}}{T_{Zyklus}} = \frac{W_{Ummagn.}}{V} \cdot \frac{V}{T_{Zyklus}} = U_{eff} \cdot I_{eff} \quad (7)$$

Wobei ein Zyklus  $T_{Zyklus} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} = 0,02\text{s}$  dauert, da wir  $f = 50\text{Hz}$ -Wechselstrom verwendeten. Das Materialvolumen des Eisenkerns betrug  $V = A_{Kern} \cdot l_{Kern}$ . Die mit unseren Messwerten anwendbare Formel für  $P$  lautet demnach:

$$P = \frac{W_{Ummagn.}}{V} \cdot A_{Kern} \cdot l_{Kern} \cdot f \quad (8)$$

Mit der Verlustleistung lässt sich auch der Verlustwiderstand problemlos ausrechnen:

$$R_{Mag} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{P}{I_{eff}^2} \quad (9)$$

Durch Ablesen einiger (B,H)-Wertepaare aus der Hystereseschleife lässt sich die relative Permeabilität  $\mu_r$  bestimmen (Herleitung siehe Vorbereitung):

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} \quad (10)$$

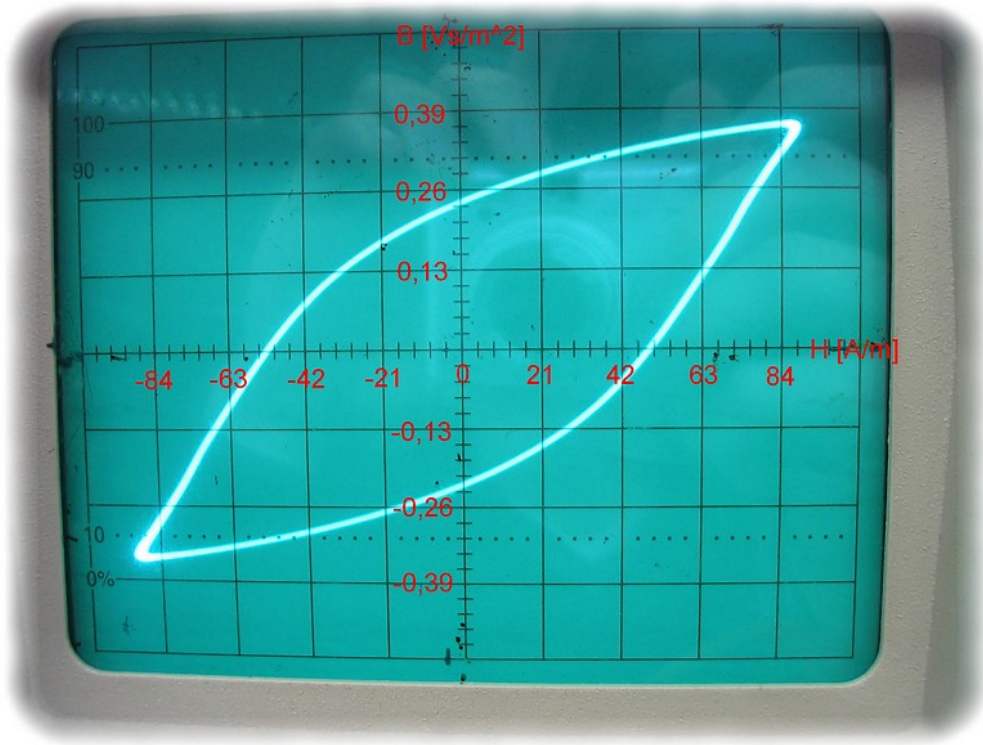
### 3.2 Messung: $I_{eff} = 30\text{ mA}$

Die ermittelten Messwerte und die gesuchten Größen sind in folgender Tabelle aufgelistet:

| Größe                               | Einheit                | Wert   | Herkunft                      |
|-------------------------------------|------------------------|--------|-------------------------------|
| Strom $I$                           | A                      | 0,03   | Messwert                      |
| Skalierung x-Achse ( $U_R$ )        | Volt / Zentimeter      | 0,1    | Messwert                      |
| Skalierung y-Achse ( $U_C$ )        | Volt / Zentimeter      | 0,1    | Messwert                      |
| Gewicht $m$ des Integrals           | g                      | 0,175  | Messwert                      |
| Eichfaktor x-Achse                  | A/Vm                   | 208,3  | Berechnet nach (1)            |
| Eichfaktor y-Achse                  | $\text{s}/\text{m}^2$  | 1,31   | Berechnet nach (2)            |
| Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen | $\text{J}/\text{m}^3$  | 62,10  | Berechnet nach (5)            |
| Verlustleistung $P$                 | W                      | 2,27   | Berechnet nach (8)            |
| Verlustwiderstand $R_{Mag}$         | Ohm                    | 2518,7 | Berechnet nach (9)            |
| 1. Strich x-Achse H                 | A/m                    | 21     | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 2. Strich x-Achse H                 | A/m                    | 42     | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 3. Strich x-Achse H                 | A/m                    | 63     | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 4. Strich x-Achse H                 | A/m                    | 83     | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 1. Strich y-Achse B                 | $\text{Vs}/\text{m}^2$ | 0,13   | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 2. Strich y-Achse B                 | $\text{Vs}/\text{m}^2$ | 0,26   | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 3. Strich y-Achse B                 | $\text{Vs}/\text{m}^2$ | 0,39   | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 4. Strich y-Achse B                 | $\text{Vs}/\text{m}^2$ | 0,53   | Aus Eichfaktor und Skalierung |

Mit diesen Angaben lässt sich in das Bild des Oszilloskops die passende Skala eintragen (aufgrund von Rundungsfehler ist die Skala nicht immer ganz exakt, um die Grafik nicht zu überladen wurden aber auf die Angabe von weiteren Nachkommastellen verzichtet - dies gilt auch für die weiteren Grafiken):





Zur Bestimmung der relativen Permeabilität muss aus diesem Schaubild ein (B,H)-Wertepaar abgelesen und mit der Formel (10)  $\mu_r$  berechnet werden:

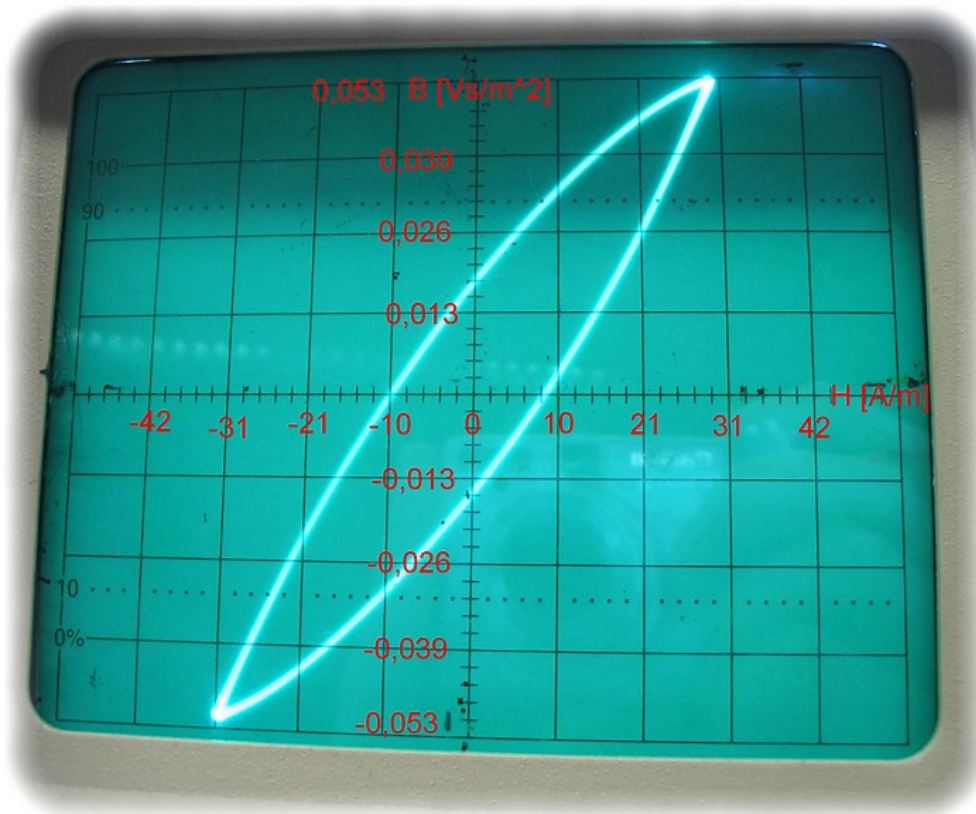
Bei  $H = 84 \frac{A}{m}$  beträgt  $B$  ca.  $0,36 \frac{Vs}{m^2}$ . Dies würde einem  $\mu_r = 3401$  entsprechen!

### 3.3 Messung: $I_{eff} = 10 \text{ mA}$

Die ermittelten Messwerte und die gesuchten Größen sind in folgender Tabelle aufgelistet:

| Größe                               | Einheit           | Wert  | Herkunft                      |
|-------------------------------------|-------------------|-------|-------------------------------|
| Strom $I$                           | A                 | 0,01  | Messwert                      |
| Skalierung x-Achse ( $U_R$ )        | Volt / Zentimeter | 0,05  | Messwert                      |
| Skalierung y-Achse ( $U_C$ )        | Volt / Zentimeter | 0,01  | Messwert                      |
| Gewicht $m$ des Integrals           | g                 | 0,083 | Messwert                      |
| Eichfaktor x-Achse                  | A/Vm              | 208,3 | Berechnet nach (1)            |
| Eichfaktor y-Achse                  | $s/m^2$           | 1,31  | Berechnet nach (2)            |
| Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen | $J/m^3$           | 1,47  | Berechnet nach (5)            |
| Verlustleistung $P$                 | W                 | 0,05  | Berechnet nach (8)            |
| Verlustwiderstand $R_{Mag}$         | Ohm               | 537,6 | Berechnet nach (9)            |
| 1. Strich x-Achse H                 | A/m               | 10    | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 2. Strich x-Achse H                 | A/m               | 21    | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 3. Strich x-Achse H                 | A/m               | 31    | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 4. Strich x-Achse H                 | A/m               | 42    | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 1. Strich y-Achse B                 | $Vs/m^2$          | 0,013 | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 2. Strich y-Achse B                 | $Vs/m^2$          | 0,026 | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 3. Strich y-Achse B                 | $Vs/m^2$          | 0,039 | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 4. Strich y-Achse B                 | $Vs/m^2$          | 0,053 | Aus Eichfaktor und Skalierung |

Mit diesen Angaben lässt sich in das Bild des Oszilloskops die passende Skala eintragen:



Zur Bestimmung der relativen Permeabilität muss aus diesem Schaubild ein (B,H)-Wertepaar abgelesen und mit der Formel (10)  $\mu_r$  berechnet werden:

Bei  $H = 31 \frac{A}{m}$  beträgt  $B$  ca.  $0,053 \frac{Vs}{m^2}$ . Dies würde einem  $\mu_r = 1357$  entsprechen!

### 3.4 Vergleich mit Aufgabe 2

In Aufgabe 2 ermittelten wir die folgenden Werte für den Verlustwiderstand  $R_I$  und die relative Wechselfeld-Permeabilität  $\mu$  bzw.  $\mu_r$ . Die Errechnung der Draht-Verlustleistung haben wir in 1.2 beschrieben, die Gesamt-Verlustleistung berrechnet sich aus  $P = R_I \cdot I_{eff}^2$ .

|                    | $I_{eff} = 30 \text{ mA}$ | $I_{eff} = 10 \text{ mA}$ |
|--------------------|---------------------------|---------------------------|
| $R_I$ in $\Omega$  | 1223,2                    | 478,5                     |
| $\mu_r$            | 3001,3                    | 1174,0                    |
| $P_{Draht}$ in mW  | 7,4                       | 0,8                       |
| $P_{Gesamt}$ in mW | 1101                      | 47                        |

Aus den Hysteresisschleifen entnehmen wir folgende Werte:

|                     | $I_{eff} = 30 \text{ mA}$ | $I_{eff} = 10 \text{ mA}$ |
|---------------------|---------------------------|---------------------------|
| $\mu_r$             | 3401,3                    | 1357                      |
| $P_{Ummagn.}$ in mW | 2270                      | 50                        |

Zunächst einmal lässt sich feststellen, dass die Werte für  $\mu_r$  recht gut übereinstimmen, die ca. 10% Abweichung sind durch Messfehler (mit großer Fehlerfortpflanzung, gerade bei der Hysteresis und der Bestimmung des Integrals über das Gewicht) bei den zwei Messmethoden zu erklären. Leider sind die Fehler so groß, dass bei beiden Messungen die Summe aus Draht-Verlustleistung und Ummagnetisierungs-Verlustleistung die aus den Werten aus Aufgabe 2 errechnete Gesamt-Verlustleistung übersteigt.

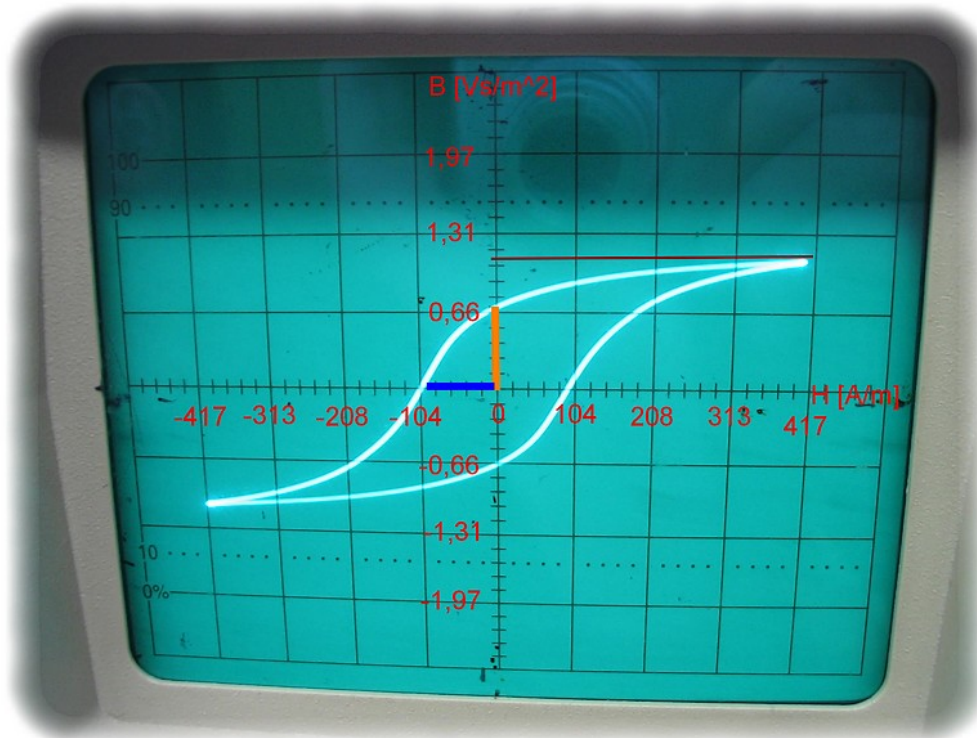
## 4 Vergleich Eisen-Ferrit

### 4.1 Messung: Eisen

Die Messung erfolgte vollkommen analog zu Aufgabe 3, nur dass die Windungszahl der Primärspule auf  $n_1 = 500$  Windungen gesetzt und ein Strom von  $0,2 \text{ A}$  eingestellt wurde. Die ermittelten Messwerte und die gesuchten Größen sind in folgender Tabelle aufgelistet:

| Größe                               | Einheit           | Wert  | Herkunft                      |
|-------------------------------------|-------------------|-------|-------------------------------|
| Strom $I$                           | A                 | 0,2   | Messwert                      |
| Skalierung x-Achse ( $U_R$ )        | Volt / Zentimeter | 1     | Messwert                      |
| Skalierung y-Achse ( $U_C$ )        | Volt / Zentimeter | 0,5   | Messwert                      |
| Gewicht $m$ des Integrals           | g                 | 0,046 | Messwert                      |
| Eichfaktor x-Achse                  | A/Vm              | 104,2 | Berechnet nach (1)            |
| Eichfaktor y-Achse                  | $\text{s/m}^2$    | 1,31  | Berechnet nach (2)            |
| Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen | $\text{J/m}^3$    | 408,1 | Berechnet nach (5)            |
| Verlustleistung $P$                 | W                 | 14,9  | Berechnet nach (8)            |
| Verlustwiderstand $R_{Mag}$         | Ohm               | 372,4 | Berechnet nach (9)            |
| 1. Strich x-Achse H                 | A/m               | 104   | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 2. Strich x-Achse H                 | A/m               | 208   | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 3. Strich x-Achse H                 | A/m               | 313   | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 4. Strich x-Achse H                 | A/m               | 417   | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 1. Strich y-Achse B                 | $\text{Vs/m}^2$   | 0,66  | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 2. Strich y-Achse B                 | $\text{Vs/m}^2$   | 1,31  | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 3. Strich y-Achse B                 | $\text{Vs/m}^2$   | 1,97  | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 4. Strich y-Achse B                 | $\text{Vs/m}^2$   | 2,63  | Aus Eichfaktor und Skalierung |

Mit diesen Angaben lässt sich in das Bild des Oszilloskops die passende Skala eintragen:



Außerdem sind noch Remanenz, Koerzitivkraft und Sättigungsinduktion gefragt. Diese drei Größen lassen sich ebenfalls aus der Hystereseschleife herauslesen:

- Die Remanenz (orangefarbener Strich) beträgt ca.  $0,66 \frac{Vs}{m^2}$
- Die Koerzitivkraft (blauer Strich) beträgt ca.  $104 \frac{A}{m}$
- Die Sättigungsinduktion beträgt in etwa  $1,12 \frac{Vs}{m^2}$

## 4.2 Messung: Ferrit

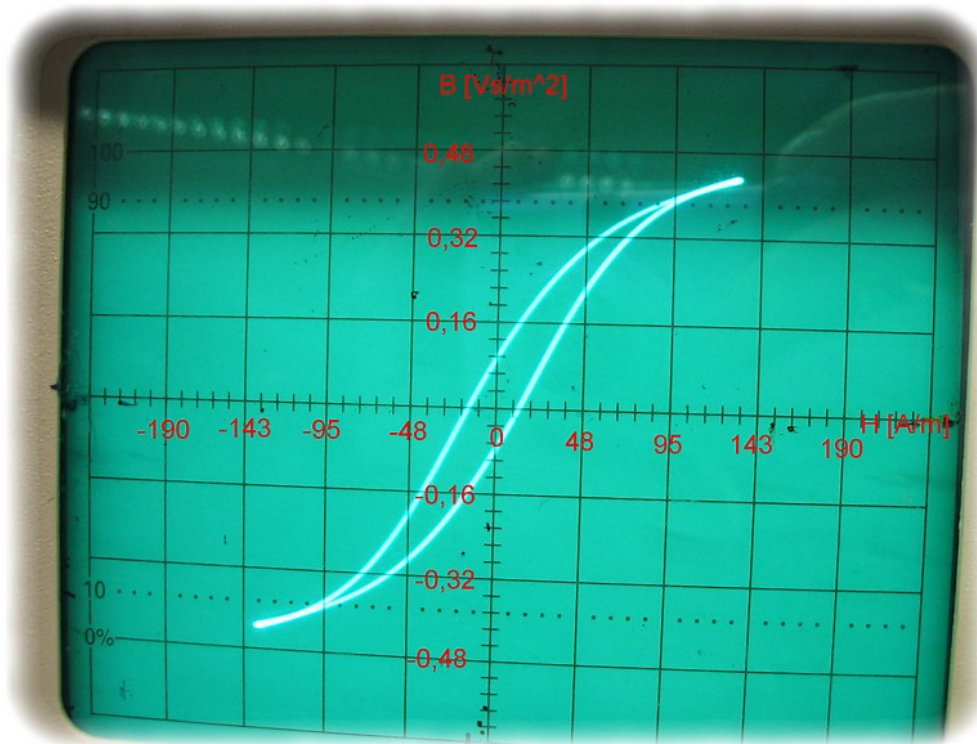
Die Spulenkombination mit Ferritkern hatte etwas andere Kenndaten als der Eisenkern:

- $n_1 = 500$  Windungen
- Querschnitt  $A_{Kern} = 0,000625 \text{ m}^2$
- Effektive Feldlinienlänge:  $l_{Kern} = 0,105 \text{ m}$
- $n_2 = 50$  Windungen

Mit diesen Werten ergibt sich die folgende Messtabelle:

| Größe                               | Einheit           | Wert  | Herkunft                      |
|-------------------------------------|-------------------|-------|-------------------------------|
| Strom $I$                           | A                 | 0,015 | Messwert                      |
| Skalierung x-Achse ( $U_R$ )        | Volt / Zentimeter | 0,1   | Messwert                      |
| Skalierung y-Achse ( $U_C$ )        | Volt / Zentimeter | 0,05  | Messwert                      |
| Gewicht $m$ des Integrals           | g                 | 0,016 | Messwert                      |
| Eichfaktor x-Achse                  | A/Vm              | 476,2 | Berechnet nach (1)            |
| Eichfaktor y-Achse                  | s/m <sup>2</sup>  | 3,20  | Berechnet nach (2)            |
| Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen | J/m <sup>3</sup>  | 15,8  | Berechnet nach (5)            |
| Verlustleistung $P$                 | W                 | 0,05  | Berechnet nach (8)            |
| Verlustwiderstand $R_{Mag}$         | Ohm               | 230,3 | Berechnet nach (9)            |
| 1. Strich x-Achse H                 | A/m               | 48    | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 2. Strich x-Achse H                 | A/m               | 95    | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 3. Strich x-Achse H                 | A/m               | 143   | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 4. Strich x-Achse H                 | A/m               | 190   | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 1. Strich y-Achse B                 | Vs/m <sup>2</sup> | 0,160 | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 2. Strich y-Achse B                 | Vs/m <sup>2</sup> | 0,320 | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 3. Strich y-Achse B                 | Vs/m <sup>2</sup> | 0,480 | Aus Eichfaktor und Skalierung |
| 4. Strich y-Achse B                 | Vs/m <sup>2</sup> | 0,640 | Aus Eichfaktor und Skalierung |

Mit diesen Angaben lässt sich in das Bild des Oszilloskops die passende Skala eintragen:



Außerdem sind noch Remanenz, Koerzitivkraft und Sättigungsinduktion gefragt. Diese drei Größen lassen sich ebenfalls aus der Hystereseschleife herauslesen:

- Die Remanenz beträgt ca.  $0,096 \frac{Vs}{m^2}$
- Die Koerzitivkraft beträgt ca.  $14 \frac{A}{m}$
- Die Sättigungsinduktion beträgt in etwa  $0,48 \frac{Vs}{m^2}$

### 4.3 Vergleich Eisen-Ferrit

Schon bei der Betrachtung der Hystereseschleifen auf dem Oszilloskop sticht ins Auge, dass der Ferritkern eine noch schmalere Hysterese als das Eisen hat. Ferrit ist also noch „weichmagnetischer“ als Eisen. Nun möchten wir die Ergebnisse des Experiments von Eisen und Ferrit gegenüberstellen:

| Größe                               | Eisen                 | Ferrit                 |
|-------------------------------------|-----------------------|------------------------|
| Ummagnetisierungsarbeit pro Volumen | $408,1 \frac{J}{m^3}$ | $15,8 \frac{J}{m^3}$   |
| Verlustleistung P                   | 14,9 W                | 0,05 W                 |
| Verlustwiderstand $R_{Mag}$         | 372,4 $\Omega$        | 230,3 $\Omega$         |
| Remanenz:                           | $0,66 \frac{Vs}{m^2}$ | $0,096 \frac{Vs}{m^2}$ |
| Koerzitivkraft:                     | $104 \frac{A}{m}$     | $14 \frac{A}{m}$       |
| Sättigungsinduktion:                | $1,12 \frac{Vs}{m^2}$ | $0,48 \frac{Vs}{m^2}$  |

Ummagnetisierungsarbeit, Remanenz und Koerzitivkraft sind bei Ferrit deutlich kleiner als beim Eisenkern. Ferrit ist deshalb besonders zum Bau hochwertiger Spulen geeignet. Wie aus der Tabelle ersichtlich, fällt die Sättigungsinduktion bei Eisen höher aus - deshalb würde man für die Herstellung von Permanentmagneten dieses Material vorziehen.