

Versuch: P1-73

Halleffekt

- Vorbereitung -

Inhaltsverzeichnis

1	Messung des Magnetfeldes mit einer Feldplatte	3
1.1	Magnetfeld im Luftspalt	3
1.2	Widerstand der Feldplatte	4
2	Messungen an einer Metallhallsonde	4
2.1	Bestimmung der Hallkonstante R_H sowie von n_{Au} und ξ_{Au}	4
2.2	Leitfähigkeit und Elektronenbeweglichkeit in Gold	5
3	Messungen an einer Halbleiterhallsonde	6
3.1	Messung der Hallspannung	6
3.2	Abhängigkeit des Hallwiderstandes vom Magnetfeld	6

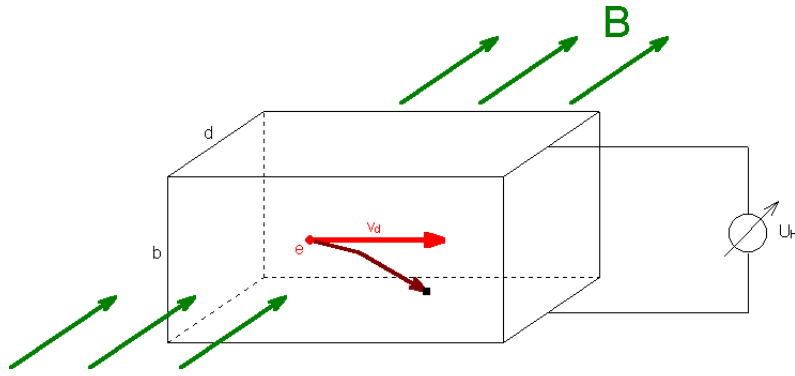
Vorbemerkung

Die Wirkung von Magnetfeldern auf elektrische Ströme soll in diesem Versuch näher untersucht werden. Durch die Messung makroskopischer Größen (z.B. Spannung und Strom) lassen sich Rückschlüsse auf das mikroskopische Verhalten von Ladungsträgern im Innern eines Leiters ziehen. Versuche, die dies zum Gegenstand haben, werden als Halleffektmessungen bezeichnet.

Eine elektrische Ladung q , die sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} in einem Magnetfeld \vec{B} bewegt, erfährt eine Kraft, die Lorentzkraft. Diese ist senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes gerichtet:

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \tag{1}$$

Natürlich wirkt die Lorentzkraft auch auf Elektronen, die sich mit der Driftgeschwindigkeit v_d in einem Leiter bewegen, wenn sich dieser in einem Magnetfeld befindet. Das \vec{B} -Feld lenkt die Elektronen von ihrer geradlinigen Bahn ab (in der Skizze z.B. nach unten). Da alle Elektronen in die gleiche Richtung abgelenkt werden, sammeln sich am unteren Rand vermehrt Elektronen - positive Ladungsträger wandern im Gegenzug an die Oberseite des Leiters. Diese Ladungstrennung schlägt sich in einer Potentialdifferenz zwischen Ober- und Unterseite des Leiters wieder, die als Hallspannung U_H bezeichnet wird.



Die Potentialdifferenz steigt so lange weiter, bis die Kraft des elektrischen Feldes zwischen Ober- und Unterseite die Lorentzkraft vollständig kompensiert. In diesem Fall gilt:

$$\vec{F}_{el} = \vec{F}_L \quad (2)$$

$$\Rightarrow q\vec{E} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3)$$

$$\Rightarrow qE = qv_d B \text{ (mit } \vec{v} \perp \vec{B}\text{)} \quad (4)$$

$$\Rightarrow E = v_d \cdot B \quad (5)$$

Mit der Breite b des Leiters (vgl. Skizze) folgt für die Hallspannung:

$$U_H = \int_0^b E \, dr = Eb = v_d \cdot B \cdot b \quad (6)$$

Mit der Flächenladungsdichte $j = n \cdot e \cdot v_d$ und der Dicke d des Leiters gilt für die Stromstärke I :

$$I = \int j \, dA = j \cdot b \cdot d = n \cdot e \cdot v_d \cdot b \cdot d \quad (7)$$

(7) aufgelöst nach der Driftgeschwindigkeit v_d :

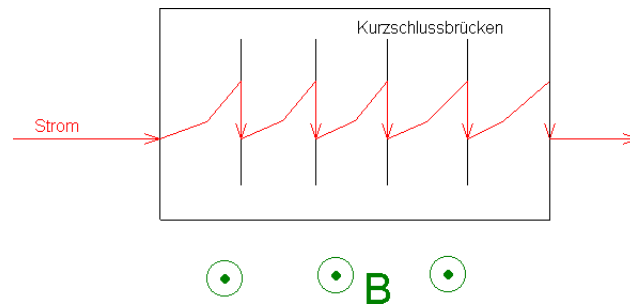
$$v_d = \frac{I}{n \cdot e \cdot b \cdot d} \quad (8)$$

(8) eingesetzt in (6) ergibt für die Hallspannung U_H :

$$U_H = \frac{I \cdot B}{n \cdot e \cdot d} \quad (9)$$

1 Messung des Magnetfeldes mit einer Feldplatte

Eine Feldplatte besteht aus einer rechteckigen keramischen Trägerplatte, auf die eine Halbleiterschicht aufgetragen ist (Indiumantimonid). Eigenschaft dieses Materials ist es, dass der elektrische Widerstand zur Länge des Stromweges proportional ist. Verlängert sich also der Weg des Stroms, steigt auch der elektrische Bahnwiderstand, dem er ausgesetzt ist. Orthogonal zur Stromflußrichtung sind im Material zudem dünne, eng aneinander liegende Nadeln eingebracht. Bei geradlinigem Stromverlauf haben diese aufgrund ihrer Anordnung (\perp Stromflußrichtung) keinen Einfluss auf den Widerstand. Wird die Platte allerdings in ein Magnetfeld gebracht und der Stromfluß somit abgelenkt, verlängert sich der Weg, den die Elektronen zurücklegen: sie werden zwischen jeder Nadel abgelenkt und dann von der Nadel per „Kurzschluss“ wieder auf den „richtigen“ Weg gebracht - deshalb heißen die Nadeln, die übrigens aus Niobantimonid bestehen, auch Kurzschlussbrücken.



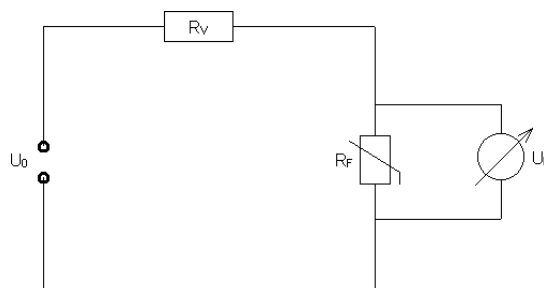
Wie oben erwähnt ist bei dem verwendeten Material die Stromstärke von der Weglänge abhängig. Verlängert sich also aufgrund der Ablenkung durch das Magnetfeld der Weg, steigt der Widerstand des Materials - wir beobachten ein Absinken der Stromstärke. Diesen Zusammenhang zwischen Stromstärke und Magnetfeld kann man sich zu Nutze machen, um die Magnetfeldstärke zu bestimmen.

1.1 Magnetfeld im Luftspalt

Theoretisch ließe sich die Magnetfeldstärke im hier verwendeten Elektromagneten (zwei Spulen mit je 2400 Windungen und maximal 5A, geschlossener Eisenkern mit 12 mm Luftspalt) rechnerisch bestimmen. Allerdings kann die Näherung „schmale, lange Spule“ in diesem Fall nicht verwendet werden, so dass die Messung der Feldstärke per Feldplatte die bessere Vorgehensweise ist.

Würde man die Feldplatte direkt an die Spannungsquelle anschließen, ergäbe sich folgendes Problem: der sich ändernde Widerstand der Feldplatte beeinflusst sowohl die Stromstärke als auch die über der Feldplatte abfallende Spannung im Stromkreis. $U = R \cdot I$ hat somit zwei Unbekannte R und I und kann nicht aufgelöst werden. Eine zusätzliche Messung von I hätte wiederum den Nachteil, dass die angelegte Spannung zusätzlich erhöht werden müsste, um einen messbaren Strom zu erhalten.

Die Lösung ist die Verwendung eines relativ großen Vorwiderstands R_V , geschaltet in Reihe zur Feldplatte. Dieser sorgt dafür, dass der Strom durch die Feldplatte nahezu unabhängig von ihrem Widerstand wird. Um dies zu gewährleisten, sollte R_V etwa das 40-fache des maximalen Widerstands der Feldplatte betragen. Die Schaltskizze müsste demnach folgendermaßen aussehen (in der Skizze habe ich das Schaltzeichen für eine Feldplatte verwendet):



Durch die Messung von U_F finden wir heraus, welcher Erregerstrom I_{err} für die später benötigten Magnetfelder eingestellt werden muss. Die magnetische Feldstärke B kann dann aus der Eichkurve abgelesen werden.

1.2 Widerstand der Feldplatte

Aus den experimentell ermittelten Größen lässt sich der Widerstand R_F der Feldplatte errechnen (U_0 ist die Spannung an der Quelle, R_V der Vorwiderstand und U_F die an der Feldplatte gemessene Spannung). Wir gehen von folgenden Gleichungen aus:

$$R_{ges} = R_V + R_F \quad (10)$$

$$U_F = R_F \cdot I \quad (11)$$

$$U_0 = R_{ges} \cdot I \quad (12)$$

Damit ergibt sich für R_F :

$$U_0 = R_V \cdot I + R_F \cdot I \quad (13)$$

$$U_0 = R_V \cdot \frac{U_F}{R_F} + U_F \quad (14)$$

$$\Rightarrow R_F = \frac{U_F}{U_0 - U_F} \cdot R_V \quad (15)$$

mit $U_0 = 6,35 \pm 0,05V$ und $R_V = 25 \text{ k}\Omega \pm 1\%$. Mit dem Widerstand im feldfreien Fall ($I_{err} = 0$) lässt sich die Widerstandsänderung folgendermaßen berechnen:

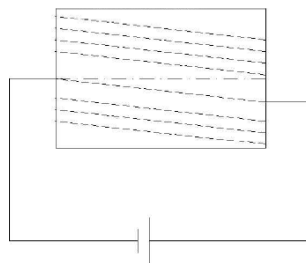
$$R_0 = \frac{R_V U_F(I_{err} = 0)}{U_0 - U_F(I_{err} = 0)} \quad (16)$$

$$\Delta R = \frac{R_F - R_0}{R_0} \quad (17)$$

2 Messungen an einer Metallhallsonde

2.1 Bestimmung der Hallkonstante R_H sowie von n_{Au} und ξ_{Au}

Als Metallsonde dient in diesem Versuchsteil eine sehr dünne ($d = 61 \pm 3 \text{ nm}$) Goldschicht, die auf eine Glasplatte aufgedampft wurde. Eine fehlerfreie Messung der Hallspannung ist mit dieser Goldhallsonde aber nur möglich, wenn sich die Kontakte für den Sondenstrom I_S exakt gegenüber liegen. Andernfalls würde durch das nicht kantenparallele E-Feld bereits ohne Magnetfeld fälschlicherweise eine Hallspannung gemessen werden.



In der Realität ist eine so genaue Fertigung kaum möglich, so dass dieser Fehler folgendermaßen vermieden werden kann:

- Auf einer Seite der Hallsonde werden zwei Kontakte angebracht
- Vor jeder Änderung von I_S wird die Sonde aus dem Magnetfeld herausgenommen und...
- Die Hallspannung mit Hilfe eines Potentiometers auf Null eingestellt

Die Hallspannung U_H soll in den Grenzen $0 A \leq I_S \leq 0,15 A$ und $0 T \leq B \leq 1,4 T$ gemessen werden. Mit diesen Werten soll der lineare Zusammenhang von $U_H(I_S)$ und $U_H(B)$ bestätigt werden. Hierfür eignen sich am besten mehrere äquidistante Messwerte, wobei bei einer Messung nur I_S und bei der nächsten nur B verändert wird. Wie im folgenden gezeigt wird, lässt sich aus den Ausgleichsgeraden dieser Messreihen die Hallkonstante R_H , die Konzentration freier Elektronen n_{Au} und die mittlere Zahl freier Elektronen ξ_{Au} pro Goldatom bestimmen.

Die Ausgleichsgeraden seien mit folgenden Variablen für Steigung und y-Achsenabschnitt beschrieben:

$$U_H(I_S) = m_{I_S} \cdot I_S + b_{I_S} \quad (18)$$

$$U_H(B) = m_B \cdot B + b_B \quad (19)$$

Für die Hallspannung gilt nach (9) und mit $R_H = \frac{1}{n \cdot e}$:

$$U_H = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d} \quad (20)$$

Somit lassen sich mit (18), (19) und (20) folgende Formeln für die Hallkonstante R_H , ausgedrückt durch die Daten der Ausgleichsgeraden, finden:

$$R_H = \frac{m_{I_S} \cdot d}{I_S} + \frac{b_{I_S}}{B \cdot I_S} \quad (21)$$

$$R_H = \frac{m_b \cdot d}{B} + \frac{b_B}{B \cdot I_S} \quad (22)$$

Die Konzentration freier Elektronen in Gold beträgt dann

$$n_{Au} = \frac{1}{R_H \cdot e} \quad (23)$$

Für die Bestimmung der mittleren Anzahl freier Elektronen pro Goldatom ξ_{Au} wird zunächst die Konzentration N der Goldatome (Anz. / Volumen) gebraucht. N errechnet sich aus der Stoffdichte $\rho_{Au} = 19,32 \frac{g}{cm^3}$, der molaren Masse $M_{Au} = 197 \frac{g}{mol}$ und der Avogadro-Konstante $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}$ nach folgender Formel:

$$N = \frac{\rho_{Au}}{M_{Au}} \cdot N_A \quad (24)$$

Eingesetzt ergeben sich $5,88 \cdot 10^{28} \frac{\text{Teilchen}}{m^3}$. Die mittlere Anzahl freier Elektronen ergibt sich anschließend aus

$$\xi_{Au} = \frac{n_{Au}}{N} \quad (25)$$

Die Erklärung für die starken Ausschläge des Millivoltmeters beim Verändern des Magnetfeldes ist, dass ein sich zeitlich änderndes Magnetfeld Spannungen induziert, die im Experiment zusätzlich zur Hallspannung gemessen werden.

2.2 Leitfähigkeit und Elektronenbeweglichkeit in Gold

Zwei weitere Anschlüsse der Goldhallsonde im Abstand $l = 29,0 \pm 0,1 \text{ mm}$ können dazu benutzt werden, um bei bekanntem Steuerstrom I_S eine Spannung U_r zu messen. Hiermit lässt sich der Widerstand dieses Leiterstücks bestimmen, mit dem dann die Elektronenbeweglichkeit μ_{Au} und die Leitfähigkeit σ_{Au} von Gold ermittelt werden sollen. Die Stromdichte j und die elektrische Beweglichkeit μ_{Au} sind folgendermaßen definiert:

$$j = \sigma \cdot E \quad (26)$$

$$\mu_{Au} = \frac{v}{E} \quad (27)$$

Aus (26) und (27) folgt dann:

$$v = \mu_{Au} \frac{j}{\sigma} = \frac{\mu_{Au} \cdot I_S}{\sigma \cdot b \cdot d} \quad (28)$$

Es gilt $U_r = R \cdot I_S$. Deshalb lässt sich auch hier durch Wertepaare (I_S, U_r) eine Ausgleichsgerade bestimmen, deren Steigung gerade R ist. Dieses R kann folgendermaßen zur Berechnung von σ_{Au} herangezogen werden:

$$R = \frac{U_r}{I_S} = \frac{l \cdot E}{\sigma \cdot b \cdot d \cdot E} = \frac{l}{\sigma \cdot b \cdot d} \quad (29)$$

$$\Rightarrow \sigma_{Au} = \frac{l}{R \cdot b \cdot d} \quad (30)$$

Mit der Hallspannung U_H ergibt sich die Elektronenbeweglichkeit μ_{Au} zu

$$U_H = \frac{\mu_{Au}}{\sigma_{Au}} \cdot \frac{B \cdot I_S}{d} = R_H \cdot I_S + b \quad (31)$$

$$\Rightarrow R_H = \frac{\mu_{Au}}{\sigma_{Au}} \quad (32)$$

$$\Rightarrow \mu_{Au} = \sigma_{Au} \cdot R_H \quad (33)$$

3 Messungen an einer Halbleiterhallsonde

Die Metallhallsonde aus Versuch 2 wird nun durch eine Halbleitersonde ersetzt und die gleichen Messungen durchgeführt. Die verwendete Halbleitersonde stammt aus industrieller Fertigung, so dass ein Geometrieabgleich mittels Potentiometer nicht nötig ist, da die Fehlspannungen ohnehin klein gegenüber der Hallspannung sind. Allerdings muss mit anderen Abmessungen gerechnet werden:

- $d = 2,5 \pm 0,5 \mu m$
- $b = 1,5 \pm 0,05 \text{ mm}$
- $l = 3,0 \pm 0,05 \text{ mm}$

3.1 Messung der Hallspannung

Analog zu Aufgabe 2.1 werden bestimmt:

- Hallspannung $U_H(I_S)$
- Hallspannung $U_H(B)$
- Diagramme und Ausgleichsgeraden
- Hallkonstante R_H
- Ladungsträgerkonzentration
- zusätzlich: Die Spannung U_S über den Anschlusskontakten der Halbleitersonde gleich mitmessen für die Auswertung von Aufgabe 3.2!

3.2 Abhängigkeit des Hallwiderstandes vom Magnetfeld

Die Versuchsdurchführung erfolgt auch hier analog zu Aufgabe 2.2. Anschließend wird der Widerstand $R(B)$ über B aufgetragen und die relative Widerstandsänderung gegenüber dem feldfreien Fall ebenfalls über B . Die Beweglichkeit μ_{InAs} der Elektronen in der Halbleitersonde soll anschließend bestimmt und mit der Goldhallsonde verglichen werden.